

В.А. Кушнір
Р.Я. Ріжняк

ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ з методики навчання математики

*Навчальний посібник
для студентів
вищих навчальних закладів*



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

УДК 51(07)
ББК 22.1р
Л12

Рецензенти:

Триус Юрій Васильович,

доктор педагогічних наук, професор прикладної математики, завідувач кафедри комп'ютерних технологій Черкаського державного технологічного університету;

Шарко Валентина Дмитрівна,

доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри фізики Херсонського державного університету;

Раков Сергій Анатолійович,

доктор педагогічних наук, доцент, начальник відділу наукового забезпечення Українського центру оцінювання якості освіти (Київ)

Рекомендовано Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів (лист № 1/11-9785 від 18.06.2012 р.)

Л12 Лабораторний практикум з методики навчання математики: Навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів (укладачі В.А. Кушнір, Р.Я. Ріжняк). — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2013. — 224 с.

ISBN 978-966-10-1823-4

У посібнику містяться лабораторні роботи з методики навчання математики, що відповідають державному освітньому стандарту та навчальному плану підготовки вчителів математики освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» спеціальності 6.040201 Математика* галузі знань 0402 Фізико-математичні науки. Надано детальні рекомендації щодо виконання практичної частини лабораторних робіт. Після кожної частини викладу запропоновані завдання для самостійної підготовки студентів. Посібник містить предметний покажчик теоретичного та практичного матеріалу.

УДК 51(07)
ББК 22.1р

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути використана
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

© Навчальна книга – Богдан, 2013
© Кушнір В.А., Ріжняк Р.Я., 2013

ISBN 978-966-10-1823-4

Вступ

Лабораторні заняття з методики навчання математики є складовою та обов'язковою формою підготовки майбутніх учителів математики. Вони направлені на формування у студентів умінь ставити реальні цілі й адекватні методичні та навчальні задачі вивчення тем, розв'язування математичних задач, проведення уроків; умінь проводити підбір навчального матеріалу і засобів навчання для досягнення мети та розробляти методику її досягнення; умінь проводити аналіз та планування уроків математики; умінь готувати повні конспекти і розгорнуті плани уроків та проводити уроки чи їх фрагменти у формі ділової гри на заняттях.

Для кваліфікованого розв'язування типових задач професійної діяльності на посаді вчителя математики у загальноосвітніх навчальних закладах I–II рівня (освітньо-кваліфікаційний рівень «бакалавр») випускники педагогічних вищих навчальних закладів мають володіти комплексом умінь з методики навчання математики, до складу якого входять такі умінь.

I. Уміння, що забезпечують реалізацію виробничої функції «Аналітико-синтетична діяльність».

1. Уміння виконувати логіко-математичний і семіотичний аналіз означень математичних понять, математичних речень та їх доведень (аксіом, теорем, формул, інших тверджень), правил, алгоритмів, евристичних схем, що є об'єктами засвоєння в курсі математики загальноосвітньої школи.

2. Уміння виконувати логіко-математичний та змістовний аналіз математичних задач як об'єктів вивчення і засобів навчання.

3. Уміння визначати цілі вивчення конкретного навчального матеріалу (означення поняття, теореми, правила тощо) курсу математики загальноосвітньої школи.

4. Уміння виконувати логіко-математичний та змістовний аналіз навчального матеріалу наперед обраної (заданої) теми чи розділу (виділяти стрижневий та супровідний матеріал, провідні ідеї теми,

базові знання та вміння, внутрішні та міжпредметні зв'язки теми тощо, аналізувати навчальний матеріал на предмет реалізації інтегративних зв'язків) курсу математики загальноосвітньої школи.

5. Уміння виконувати аналіз наборів математичних задач до певної теми курсу математики загальноосвітніх шкіл: кількість та якість задач, призначених для розкриття сутності нових об'єктів засвоєння, для формування вмінь, для організації математичної діяльності на шкільному рівні; кількість та якість задач-засобів мотивації, задач-вправ для актуалізації базових знань, задач інтегративного змісту, задач для повторення тощо.

6. Уміння виконувати математичну, семіотичну і методичну типізацію математичних задач курсу математики загальноосвітньої школи.

7. Уміння визначати основні навчальні задачі курсу математики загальноосвітньої школи та відповідні їм навчально-пізнавальні дії.

8. Уміння виконувати постановку методичних задач на матеріалі курсу математики загальноосвітньої школи.

9. Уміння добирати основні методи, прийоми, форми і засоби навчання для організації вивчення учнями матеріалу певної навчальної та програмової теми курсу математики загальноосвітньої школи.

10. Уміння визначати форми контролю та оцінювання результатів навчальної діяльності учнів, що застосовуються у процесі навчання курсу математики у загальноосвітній школі.

11. Уміння реферувати та рецензувати статті, посібники математичного, психолого-педагогічного та методичного змісту.

12. Уміння визначати індивідуальні можливості учнів у навчанні математики та комплектувати гомогенні й гетерогенні групи учнів класу.

II. Уміння, що забезпечують реалізацію виробничої функції «Планування та конструювання».

1. Уміння конструювати модель методичної системи (цілі, зміст, методи, форми і засоби навчання) організації вивчення окремої змістової одиниці курсу математики загальноосвітньої школи (на рівні окремого об'єкта засвоєння навчальної та програмової теми).

2. Уміння висувати диференційовані вимоги до результатів засвоєння учнями навчального матеріалу курсу математики загальноосвітньої школи.

3. Уміння розробляти тематичний план організації вивчення учнями програмової теми курсу математики загальноосвітньої школи, виконувати календарне планування.

4. Уміння створювати систему запитань для повторення базових знань учнів при вивченні курсу математики загальноосвітньої школи.

5. Уміння створювати систему вправ для актуалізації базових умінь учнів при вивченні курсу математики загальноосвітньої школи.

6. Уміння конструювати систему контрприкладів до понять (їхніх означень, математичних фактів, способів діяльності), що вивчаються в курсі математики загальноосвітньої школи.

7. Уміння добирати задачі, що призначені для різних етапів формування математичних понять, вивчення математичних фактів, правил і алгоритмів, що є об'єктами засвоєння в курсі математики загальноосвітньої школи, для навчання доведень математичних тверджень та для вироблення навичок і вмінь застосовувати набуті знання у стандартних та інших ситуаціях.

8. Уміння складати системи запитань, призначених для розкриття змісту нового навчального матеріалу, для організації застосування знань, навичок і вмінь, для усної й письмової перевірки знань учнів.

9. Уміння складати тести, самостійні та контрольні роботи навчального і контролюючого характеру відповідно до змісту навчального матеріалу курсу математики загальноосвітньої школи.

10. Уміння добирати матеріал до уроку та розробляти розгорнутий конспект або план-конспект уроку.

11. Уміння добирати літературу для вивчення конкретного питання (теореми, задачі, пункту, теми підручника) та складати відповідну картотеку.

12. Уміння планувати та виготовляти найпростіші навчальні та наочні посібники, матеріал для мультимедійних презентацій, кодоскопа тощо.

13. Уміння планувати використання математичних пакетів (типу GRAN, GRAN 2, DG, Advanced Grapher) для організації дослідницької діяльності учнів.

III. Уміння, що забезпечують реалізацію виробничої функції «Організація класного колективу та налагодження навчальної співпраці з учнями у процесі навчання математики».

1. Уміння забезпечувати мотивацію вивчення конкретного навчального матеріалу (теми, математичної задачі, теореми тощо) курсу математики загальноосвітньої школи.

2. Уміння забезпечувати прийняття учнями цілей вивчення конкретного матеріалу курсу математики загальноосвітньої школи — розкривати досяжність та особистісну значущість результатів навчання.

3. Уміння формувати пізнавальний інтерес учнів до ходу й результатів вивчення курсу математики в цілому та окремих його складових.

4. Уміння застосовувати прийоми постановки запитань у варіативних ситуаціях.

5. Уміння організовувати пошук розв'язання математичної задачі, доведення математичного твердження тощо.

6. Уміння працювати з довідником, таблицею та іншими аналогічними матеріалами, а також уміння навчати цього учнів.

7. Уміння розташовувати матеріал на дошці, оформляти розв'язування задачі, доведення математичного твердження, знаходження значення числового виразу або виразу зі змінною тощо, а також уміння навчати цього учнів.

8. Уміння застосовувати різні прийоми реагування на відповіді учнів.

9. Уміння використовувати системи запитань, вправ і задач, призначених для навчання учнів виконувати аналіз, синтез, узагальнення, конкретизацію, порівняння, поділ, класифікацію тощо.

10. Уміння реалізовувати складений план на урок (виступ, монолог).

IV. Уміння, що забезпечують реалізацію виробничої функції «Оцінювання власної діяльності та вимірювання результатів діяльності учнів у процесі навчання математики».

1. Уміння аналізувати усну відповідь учня, давати їй оцінку та навчати цього учнів.

2. Уміння оцінювати письмову навчальну чи контрольну роботу, аналізувати її результати.

3. Уміння навчати учнів знаходити та виправляти помилки у письмових роботах.

4. Уміння застосовувати різні види, форми, способи і засоби контролю й коригування знань учнів.

5. Уміння аналізувати урок з урахуванням його місця у системі уроків, цілей його проведення та особливостей навчального матеріалу.

Рівні сформованості методичних умінь визначаються так, як це вказано у таблиці.

1-й рівень	Репродуктивний	Усвідомлюється мета виконання окремої методичної чи навчально-пізнавальної дії, осмислюється її операційний склад. Пошук способів виконання дії здійснюється, здебільшого, на основі взірця, який запропоновано в інструкції
2-й рівень	Продуктивний	Усвідомлюється мета виконання методичної чи навчально-пізнавальної дії, осмислюється її операційний склад. Пошук способів виконання дії здійснюється на основі використання загальних рекомендацій та загальних евристик. Відбувається перенесення окремих сформованих методичних умінь або деяких їхніх комплексів на крупніші блоки навчального матеріалу (на математичний метод, тему, набір математичних задач тощо)
3-й рівень	Творчий	На основі усвідомлення мети виконання методичної чи навчально-пізнавальної дії та осмислення її операційного складу відбувається самостійний вибір і творче використання різноманітних способів і засобів методичної діяльності у відповідності до варіативних ситуацій навчання математики. Розробляються нові способи і засоби методичної діяльності

Лабораторні роботи у посібнику представлені у вигляді певної системи, яка розкриває послідовність дій, що дозволяє визначити

основні етапи формування професійних умінь у майбутніх учителів математики.

У **першому циклі** лабораторних робіт (роботи 1–8) передбачається формування умінь проводити логіко-дидактичний аналіз навчального матеріалу підручників з математики, підбирати питання та математичні задачі з метою навчання конкретного змісту математичного матеріалу, організації розв'язування шкільних математичних задач та доведення математичних речень, використовувати моделювання у процесі навчання математики, вимірювати результати навчальної діяльності учнів, добирати матеріал для роботи з математично обдарованими учнями.

У **другому циклі** лабораторних робіт (роботи 9–13) формуються уміння аналізувати уроки математики та сукупність умінь з підготовки вчителя до уроку. Остання сукупність умінь представлена у лабораторних роботах уміннями визначати структуру уроку, відбирати матеріал для конкретного уроку та складати розгорнуті конспекти фрагментів уроку та в цілому конспекти уроків.

У **третьому циклі** лабораторних робіт (роботи 14–19) формуються уміння аналізувати навчальний матеріал шкільних підручників через реалізацію в них конкретних математичних методів: дедуктивного методу доведення математичних речень, координатного та векторного методів, методу геометричних перетворень, методу рівнянь та нерівностей, методу використання диференціального та інтегрального числень. Указаний цикл лабораторних робіт крім того, що дає студентам можливість детально розібратися в особливостях застосування математичних методів при розв'язуванні задач, до того ж дозволяє аналізувати навчальний матеріал підручників з математики з точки зору змісту та структури його викладання.

Проведення лабораторних робіт є однією з необхідних складових практичної підготовки майбутніх учителів математики і передбачає, в основному, формування умінь проводити логіко-дидактичний аналіз різноманітного навчального матеріалу з урахуванням конкретно поставленої мети, відбору засобів та методів навчання. Повний цикл практичної підготовки включає крім лабораторних занять практичні заняття та педагогічну практику.

Лабораторні роботи з логіко-математичного аналізу основних компонентів змісту навчального матеріалу

Лабораторна робота №1

Логіко-математичний аналіз означень, понять і об'єктів. Основні етапи їх формування

Мета роботи. На основі систематизації теоретичних знань про види і структуру означень понять і об'єктів та аналізу шкільних підручників математики розкрити логіко-математичну структуру типових для шкільного курсу математики означень понять і об'єктів.

Сформулювати основні навчальні завдання, які необхідно розв'язувати при формуванні математичних понять і об'єктів, та адекватні їм навчальні дії.

Розкрити на конкретних прикладах основні етапи вивчення математичних понять у школі.

Розкрити математичне трактування деяких фундаментальних понять курсу математики, підібрати з літератури або шкільних підручників інші трактування одних і тих же математичних понять.

Підібрати можливі засоби, з допомогою яких розкривалися б структура означень і їхні математичні трактування.

Основний зміст

І. Означення математичних об'єктів і види означень

Питання про поняття, об'єкти та їхні означення дуже складне за змістом і може розглядатися з різних точок зору: логічної, змістовної (наочної) або пізнавальної (гносеологічної) і через це навіть в різних методичних рекомендаціях даються різні його аспекти. За основу необхідно вибрати логічну структуру об'єктів з урахуванням математичних трактувань. Враховуючи, що навчання можливе тільки в діяльності, необхідно розглядати дії, адекватні видам означень понять і об'єктів. Тому в зміст роботи входить актуалізація і сис-

Лабораторна робота №6

Використання моделювання при навчанні
математики в загальноосвітній школі

Мета роботи. Актуалізувати знання та уміння студентів про моделювання та його види; розглянути наочні моделі (принцип наочності, функції наочності і правила її підбору, види наочності) та комп'ютерні моделі (пакети прикладних програм для вивчення математики, дослідницький метод та його використання у навчанні математики).

Основний зміст

Поняття про моделювання. *Моделювання* являє собою один з основних методів пізнання, є формою відображення дійсності і полягає в з'ясуванні чи відтворенні тих чи інших властивостей реальних об'єктів, предметів і явищ з допомогою інших об'єктів, процесів, явищ або з допомогою абстрактного опису у вигляді зображення, плану, карти, сукупності рівнянь, алгоритмів і програм.

Можливості моделювання, тобто перенесення результатів, отриманих у ході побудови і дослідження моделі, на оригінал засновані на тому, що модель у визначеному змісті відображає (відтворює, моделює, описує, імітує) деякі цікаві для дослідника риси об'єкта.

У даний час моделювання дуже широко використовується не тільки в наукових дослідженнях, але і при розв'язуванні задач із техніки, економіки, геології, медицини та інших галузей. Тому поняття «моделювання» і «модель» розглядаються в широкому змісті.

Моделлю деякого об'єкта А (оригіналу) називають об'єкт *В*, в деякому відношенні подібний (аналогічний) оригіналу *А*, вибраний чи спеціально побудований людиною для однієї з поставлених цілей:

1) замінити оригінал *А* в уявній чи реальній дії. Така заміна виконується тоді, коли для дії в даних умовах об'єкт *В* більш зручний (у цьому випадку ми маємо справу з моделлю-замінником);

2) створити уявлення про оригінал *А* з допомогою об'єкта *В* (модель-уявлення);

3) розтлумачити об'єкт *А* у вигляді об'єкта *В* (модель-інтерпретація);

4) дослідити об'єкт *А* з допомогою об'єкта *В* (дослідницька модель).

Зазвичай людина вибирає чи буде модель для однієї з перерахованих цілей, тому вид моделі і визначається цією метою. Але модель може бути використана, як правило, одночасно і для других цілей. Наприклад, для розв'язування текстових задач будемо модель тієї ситуації, яка відображена в задачі, — рівняння. Це рівняння є дослідницькою моделлю (воно дає можливість установити ряд властивостей, які характеризують дану ситуацію), і моделлю-уявленням (дає нам узагальнене уявлення про розглядувану задачу), і моделлю-інтерпретацією (рівняння на мові алгебри фіксує і пояснює суттєві особливості наявної у задачі ситуації).

Говорячи про моделювання, мають на увазі діяльність з побудови (або вибору) моделей до вказаних вище цілей.

Моделі класифікують, виходячи з найбільш істотних ознак об'єктів. Цими ознаками є:

1) закон функціонування і характерні особливості вираження властивостей і відношень оригіналу;

2) основи для перетворення властивостей і відношень моделі у властивості і відношення оригіналу.

Моделі можна розділити:

- за першою ознакою на *логічні* (за законами логіки у свідомості людини) і *матеріальні* (за об'єктивними законами природи) моделі;
 - у свою чергу, логічні моделі поділяються на *образні*, *знакові*, *образно-знакові* (змішані) моделі;
 - матеріальні моделі — на *функціональні*, *геометричні*, *функціонально-геометричні* моделі;
 - функціональні і функціонально-геометричні моделі в залежності від фізичної однорідності і різномірності з оригіналом розділяються на *фізичні* і *формальні*;
- за другою ознакою розрізняють *умовні* (на підставі умови чи угоди), *аналогові* (на підставі умовиводу за аналогією, неперервні) і *математичні* (математичні методи вираження) моделі.

Математичне моделювання є основним прийомом розв'язування математичних задач. Вид і характер моделювання визначаються головним чином характером сформованих в учня умінь та навичок оперування вивченим матеріалом, відпрацьованих евристичних схем пошуку розв'язання і характером самої задачі. Будемо у подальшому викладі розуміти *математичну модель* як спеціальний опис деякої проблеми, ситуації, який дає можливість у процесі її аналізу застосувати формально-логічний апарат математики.

При *математичному моделюванні* маємо справу зі знаковою системою (наприклад, у вигляді графічної схеми), яка в математичній формі виражає основні закономірності, властивості об'єкта, що вивчається. У процесі математичного моделювання виділяють три етапи: 1) формалізація — переклад запропонованої задачі (ситуації) на мову математичної теорії (побудова математичної моделі задачі); 2) розв'язування задачі всередині математичної моделі, результатом якого буде або нова модель задачі, або кінцева відповідь; 3) трансляція результату математичного розв'язання задачі на ту мову, на якій була сформульована задача (інтерпретація одержаного математичного розв'язку).

Отже, під процесом *розв'язування математичної задачі* будемо розуміти процес послідовної побудови нових моделей задачної ситуації певної задачі, причому кожна нова модель задачі буде мати меншу невизначеність, ніж попередня.

Комп'ютерне моделювання. Основні фактори методичного та методологічного впливу використання інформаційно-комп'ютерних технологій (ІКТ) (у контексті реалізації можливостей комп'ютерного моделювання) на еволюцію математичної освіти можна визначити так:

1. ІКТ є складовою частиною забезпечення інтеграції змісту шкільної математичної освіти.
2. ІКТ є одним із чинників забезпечення організації навчання розв'язування математичних задач з використанням моделей та модельних переходів.
3. ІКТ є складовою забезпечення реального застосування теоретичних положень шкільного курсу математики у площину розв'язування практичних задач.
4. ІКТ є чинником забезпечення інтеграції математичних знань із загальними науковими, енциклопедичними та популярними знаннями про інформацію.
5. ІКТ стають одним із найважливіших чинників реалізації принципів дидактики — науковості, доступності, системності, наочності та фундаментальності, інтеграції знань, активізації пізнавальної діяльності учнів.
6. ІКТ розширюють можливості для розв'язування нових класів задач, які без застосування ІКТ розв'язати неможливо у межах «класичної математики».

Серед різноманіття комп'ютерних програм, розроблених для розв'язування з допомогою комп'ютера широкого кола математич-

них задач різних рівнів складності, найбільш придатними видаються програмні засоби, які розраховані на учнів середніх навчальних закладів чи студентів вищих навчальних закладів, що лише почали вивчати шкільний курс математики чи основи вищої математики. Це GRAN2, GRAN3, Advanced Grapher, DG (динамічна геометрія). Для їх використання не вимагаються надто потужні комп'ютери з великою швидкістю, значними обсягами оперативних запам'ятовуваних пристроїв, високими вимогами до можливостей графічних побудов. Названі програми прості у користуванні, оснащені досить зручним інтерфейсом, максимально наближеним до інтерфейсу найбільш поширених програм загального призначення (систем опрацювання текстів, управління базами даних, електронних таблиць, графічних і музичних редакторів, операційних оболонок тощо), контекстно-чутливою допомогою. Від користувача не вимагається значного обсягу спеціальних знань з інформатики, основ обчислювальної техніки, програмування тощо, за винятком найпростіших понять, які цілком доступні для учнів загальноосвітніх шкіл.

Функції наочності. *Наочність навчання* — один із принципів дидактики.

Застосування наочності при навчанні математики має коріння в теорії пізнання і узгоджується з методологією математики.

Можна умовно виділити три *етапи пізнання: сприйняття, уявлення і абстрактне мислення*. Умовно процес пізнання можна розбити на *два ступені: чуттєвий* (сприйняття і уявлення) і *логічний* (перехід від уявлення до поняття з допомогою узагальнення і абстрагування). Чуттєвий ступінь відповідає першому етапу шляху пізнання, і тут роль наочності важлива: вона використовується для здобуття знань про зовнішні властивості математичних об'єктів, про взаємозв'язок об'єктів, про їх схожість і відмінність. На третьому етапі пізнання наочність дає можливість показати учням глибокі зв'язки між властивостями математичних об'єктів, створити правильні образи.

Основним правилом підбору і використання наочності психологи вважають виявлення дій, які мотивуватимуть в учнів засоби наочності, і визначення дій, які повинні виконувати учні, щоб свідомо опанувати навчальний матеріал.

У своїй роботі вчитель повинен мати на увазі, що засоби наочності мають різні функції в процесі навчання.

Відбираючи засоби наочності до уроку, вчитель повинен ясно уявляти, яку саме функцію ця допомога повинна виконувати в на-

Знайдемо висоту піраміди:

$$SM = MB \cdot \operatorname{tg} \angle SBM = x \cdot \operatorname{tg} 2\angle OBM = x \cdot \frac{2 \frac{r}{x}}{1 - \frac{r^2}{x^2}} = \frac{2rx^2}{x^2 - r^2}.$$

Тоді об'єм піраміди визначимо так:

$$V_{\text{піраміди}} = \frac{1}{3}(2x)^2 \cdot \frac{2rx^2}{x^2 - r^2} = \frac{8rx^4}{3(x^2 - r^2)}.$$

Отже, для визначення найменшого значення відношення об'ємів правильної чотирикутної піраміди та правильної чотирикутної призми, описаних навколо однієї сфери, треба побудувати функцію $F(x)$ та дослідити побудовану функцію на найменше значення:

$$F(x) = \frac{V_{\text{піраміди}}}{V_{\text{призми}}} = \frac{1}{3r^2} \cdot \frac{x^4}{x^2 - r^2}.$$

Це можна зробити двома способами. *Перший спосіб* ґрунтується на застосуванні *правила знаходження найбільшого та найменшого значення функції на проміжку*. Це програмний матеріал курсу «Алгебри та початків аналізу» 11 класу. *Другий спосіб* ґрунтується на *використанні ІКТ при дослідженні властивостей функцій*. Ми будемо розглядати його використання з точки зору розширення поля можливостей учня у розв'язуванні задачі.

Отже, визначимо межі зміни x — це буде необхідно для застосування правила знаходження найбільшого та найменшого значення функції. Очевидно, що $x \in (r; +\infty)$. Відмітимо певну невідповідність текстів шкільних підручників *реальним потребам використання правила знаходження найбільшого та найменшого значення функції на відкритому проміжку* для розв'язування текстових задач (ці потреби полягають у необхідності знаходження найбільшого та найменшого значень функції на відкритому проміжку). Тому, знайшовши точки екстремуму функції $F(x)$ на проміжку $x \in (r; +\infty)$, скориставшись правилом знаходження найбільшого та найменшого значень функції на відкритому проміжку та оцінивши значення функції в точках екстремуму та на кінцях проміжку, отримаємо, що найменше значення функції $F(x)$ досягається при $x = \sqrt{2}r$ і дорівнює $\frac{4}{3}$.

Використаємо другий спосіб розв'язування задачі, проілюструвавши та вивчивши розв'язування задачі з використання пакету AG. Побудуємо графік функції $F(x)$ для різних значень радіуса сфе-

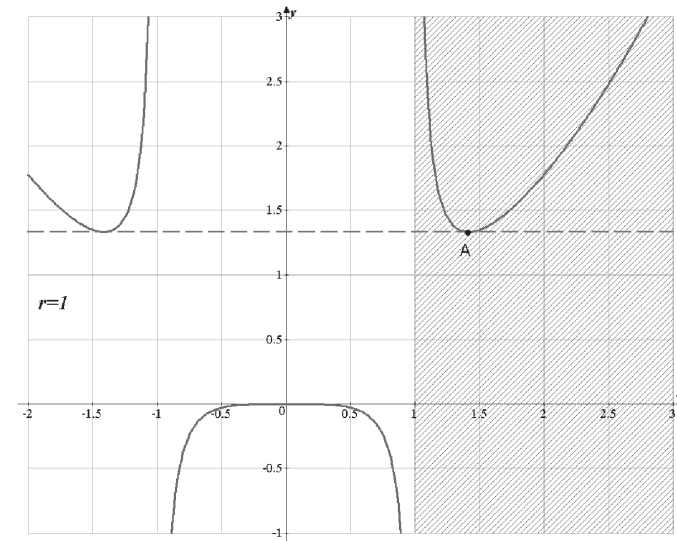


Рис. 19-5

ри. При $r = 1$ функція буде мати вигляд $F(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{x^4}{x^2 - 1}$. З рис. 19-5 видно, що на проміжку $x \in (1; +\infty)$ (заштрихована частина координатної площини) функція буде мати одне найменше значення при $x_1 \approx 1,41$ (це знаходимо через меню «исследование функции», на рис. 19-5 — це перша координата точки A), причому $F(x_1) \approx 1,33$ (на рис. 19-5 це показано пунктирною горизонтальною лінією, що проходить через точку A). Врахувавши, що $\frac{4}{3} \approx 1,33$ та $1 \cdot \sqrt{2} \approx 1,41$, робимо висновок, що найменше значення функції $F(x)$ досягається при $x = \sqrt{2}r$ і дорівнює $\frac{4}{3}$. Аналогічне дослідження можна провести для випадку $r = 2$ (рис. 19-6), де функція задається формулою $F(x) = \frac{1}{12} \cdot \frac{x^4}{x^2 - 4}$, точка A , згідно з рис. 19-6 та дослідженням через меню «исследование функции», має координати $A(2,82; 1,33)$, що є наближеним значенням реальних координат цієї точки згідно із загальними результатами дослідження — $A\left(2\sqrt{2}; \frac{4}{3}\right)$.

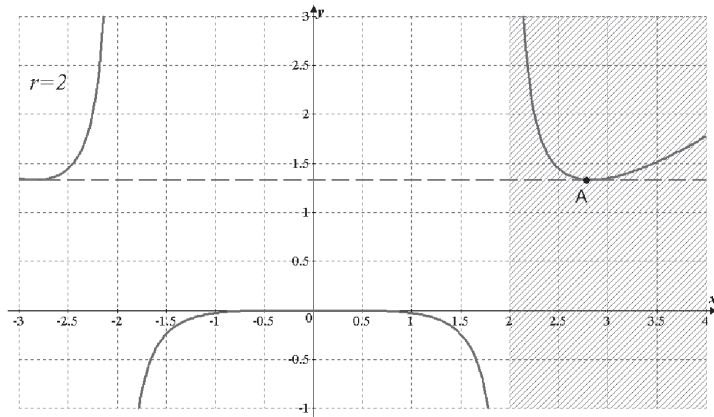


Рис. 19-6

Продовжити дослідження даної задачі можна таким чином, щоб максимально використати можливості комп'ютерного моделювання для отримання нових результатів творчого пошуку. Поставимо проблему так. А що зміниться у розв'язанні задачі, якщо замість чотирикутних правильних піраміди і призми вивчити співвідношення між об'ємами п'ятикутних піраміди і призми? Шестикутних? А чи не отримаємо ми узагальнення цієї задачі, якщо вивчити співвідношення між об'ємами описаного конуса та циліндра? Відмітимо, що розв'язування усіх цих задач буде аналогічним, а відповідь — така ж сама.

Завдання 1. Проведіть вказані у попередньому абзаці дослідження одним з описаних способів.

Можна піти іншим шляхом — дослідити відношення об'ємів описаних навколо даної сфери чотирикутної правильної зрізаної піраміди та чотирикутної правильної призми. Пропонуємо саме такий розвиток творчого вивчення розв'язаної попередньої задачі.

Задача. Знайти найменше (або найбільше) значення відношення об'ємів правильної зрізаної чотирикутної піраміди та правильної чотирикутної призми, описаних навколо однієї сфери з радіусом 1.

Використавши позначення попередньої задачі, покладемо, що половина сторони нижньої (більшої) основи зрізаної правильної зрізаної чотирикутної піраміди дорівнює x . Використаємо для знаходження об'єму зрізаної правильної чотирикутної піраміди формулу:

$$V_{\text{зріз. піраміди}} = \frac{1}{3} H(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2),$$

де $H = 2$ (висота зрізаної піраміди, очевидно, дорівнює двом радіусам сфери), S_1 та S_2 — площі нижньої та верхньої основ піраміди. Тоді функція $F(x)$ набуде вигляду:

$$F(x) = \frac{V_{\text{зріз. піраміди}}}{V_{\text{призми}}} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \left((2x)^2 + 2x \cdot \frac{2}{x} + \left(\frac{2}{x} \right)^2 \right)}{8} = \frac{1}{3} \cdot \left(x^2 + 1 + \frac{1}{x^2} \right).$$

Побудуємо в АГ графік цієї функції (рис. 19-7), врахувавши при цьому, що $x \in [1; +\infty)$ (граничний варіант, коли половина сторони більшої основи піраміди дорівнює радіусу сфери, тобто піраміда стає призмою, — теж може розглядатися; варіант, коли сторона нижньої основи менша від сторони верхньої основи піраміди розглядати не будемо як такий, що не містить нової інформації). Точка А має координати (1; 1), а, отже, мінімальне значення відношення об'ємів дорівнює 1 і набувається тоді, коли половина сторони більшої основи описаної зрізаної піраміди дорівнює радіусу сфери (тобто при $x = 1$). Максимального ж значення відношення об'ємів не існує, оскільки

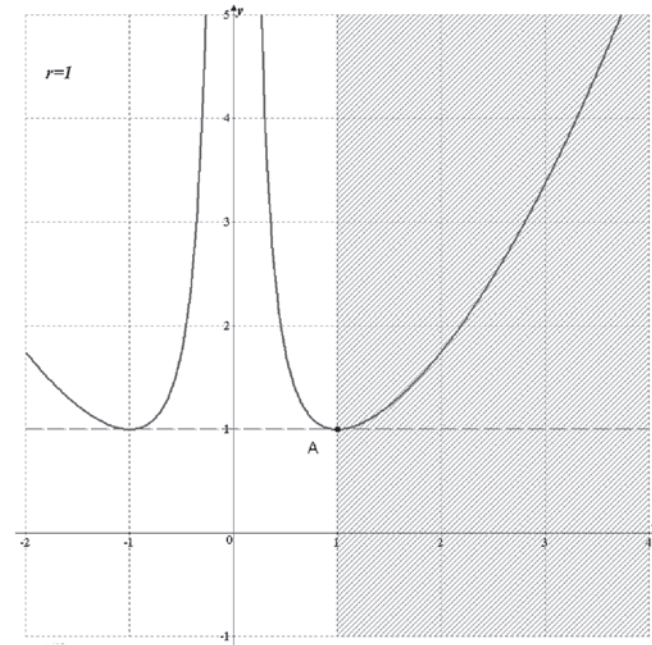


Рис. 19-7

на проміжку $x \in [1; +\infty)$ функція $F(x)$ є зростаючою (це видно з рис. 19-7 і може бути підтверджене дослідженням функції в межах пакета), тому при $x \rightarrow +\infty$ значення функції $F(x) \rightarrow +\infty$. Отже, сформульована гіпотеза розв'язування задачі виглядає так: максимальне значення відношення об'ємів не досягається ніколи, а мінімальне значення такого відношення дорівнює 1 і досягається при $x = 1$. Доводити дану гіпотезу вже треба аналітичними методами.

Розв'язавши подібним методом таку ж задачу, але при $r = 2$, отримуємо аналогічний результат — мінімальне значення відношення об'ємів досягається при $x = 2$ і дорівнює 1.

Завдання 2. Сформулюйте гіпотезу для загального випадку величини r та у процесі дослідження доведіть, що мінімальне значення відношення об'ємів дорівнює 1 і досягається тоді, коли $x = r$.

Завдання 3. Розробіть сценарій використання дослідницького методу при розв'язуванні задачі: «У кут, що містить 60° , у бік, протилежний від вершини, вписано п'ять кіл так, що кожне наступне коло, починаючи з другого, дотикається до попереднього. У скільки разів сума площ усіх п'яти відповідних кругів більша за площу найменшого круга?». Сплануйте можливе творче вивчення та розвиток умови даної задачі.

Самостійна робота

1. Виділіть поняття та наведіть приклад фрагменту уроку, де вибране поняття може бути введене з використанням дослідницького методу.
2. Розв'яжіть задачу, продумайте розвиток вивчення задачі у контексті знаходження інших способів її розв'язання. Змініть умову задачі. Проаналізуйте результат.

Задача. Яким має бути число a , щоб існувало рівно чотири різні пари чисел $(x; y)$, для яких справджуються обидві рівності

$$25x^2 + y^2 + 2y = a - 1 \text{ і } \sqrt{5|x|} + \sqrt{|y+1|} = 3.$$

Література: [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12], [15], [18], [19], [24], [29], [30], [31], [32], [33], [34], [35], [36], [38], [39], [40], [41], [42], [44], [45], [46], [47], [49], [50], [51], [52], [53], [54], [55], [56], [57], [58].

Література

1. Апостолова Г.В. Геометрія: Підручник для 7-го класу загальноосвітніх навчальних закладів. – К.: Генеза, 2004. – 216 с.
2. Апостолова Г.В. Геометрія: Підручник для 8-го класу загальноосвітніх навчальних закладів. – К.: Генеза, 2005. – 256 с.
3. Апостолова Г.В. Геометрія: Підручник для 9-го класу загальноосвітніх навчальних закладів. – К.: Генеза, 2006. – 256 с.
4. Бевз Г.П. Методика викладання математики. – К.: Вища шк., 1989. – 368 с.
5. Бевз Г.П. Методика розв'язування алгебраїчних задач. – К.: Рад. шк., 1975. – 240 с.
6. Бевз Г.П. Методика розв'язування стереометричних задач. – К.: Рад. шк., 1988. – 192 с.
7. Бевз Г.П., Бевз В.Г. Алгебра: підручник для 7 класу. – Київ: Зодіак-ЕКО, 2007. – 178 с.
8. Бевз Г.П., Бевз В.Г. Алгебра: підручник для 8 класу. – Київ: Зодіак-ЕКО, 2008. – 176 с.
9. Бевз Г.П., Бевз В.Г. Алгебра: підручник для 9 класу. – Київ: Зодіак-ЕКО, 2009. – 184 с.
10. Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владімірова Н.Г. Геометрія: підручник для 7 класу. – Київ: Зодіак-ЕКО, 2007. – 248 с.
11. Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владімірова Н.Г. Геометрія: підручник для 8 класу. – Київ: Зодіак-ЕКО, 2008. – 256 с.
12. Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владімірова Н.Г. Геометрія: підручник для 9 класу. – Київ: Зодіак-ЕКО, 2009. – 254 с.
13. Болтянский В.Г. Использование логической символики при работе с определениями // Математика в школе. – 1973, №5. – С. 45–50.
14. Груденов Я.И. Изучение определений, аксиом, теорем: Пособие для учителей. – Москва: Просвещение, 1981. – 123 с.
15. Давыдов В.В. Проблемы развивающего обучения. – М.: Педагогика, 1986. – 364 с.
16. Дичківська І.М. Інноваційні педагогічні технології: Навчальний посібник. – К.: Академвидав, 2004. – 352 с.

17. Дубинчук О.С. Математика в 4 і 5 класах. – Київ: Радянська школа, 1986. – 168 с.
18. Єршова А.П., Голобородько В.В., Крижановський О.Ф. Геометрія. 7 клас: Пробний підручник. – Х.: Веста: АН ГРО ПЛЮС, 2007. – 224 с.
19. Єршова А.П., Голобородько В.В., Крижановський О.Ф. Геометрія. 8 клас: Підручник. – Х.: Веста: АН ГРО ПЛЮС, 2008. – 256 с.
20. Ізюмченко Л.В., Лутченко Л.І., Нічишина В.В., Ріжняк Р.Я. Вирази та тотожні перетворення: Методичний посібник для виконання контрольних робіт учнями 10–11 класів / Серія: Навчальні матеріали для учнів заочної фізико-математичної школи. – Кіровоград, РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2008. – 24 с.
21. Ізюмченко Л.В., Нічишина В.В., Ріжняк Р.Я. Многочлени: Методичний посібник для виконання контрольних робіт учнями 10–11 класів / Серія: Навчальні матеріали для учнів заочної фізико-математичної школи. – Кіровоград, РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2009. – 50 с.
22. Ізюмченко Л.В., Нічишина В.В., Ріжняк Р.Я. Раціональні рівняння та нерівності: Методичний посібник для виконання контрольних робіт учнями 10–11 класів / Серія: Навчальні матеріали для учнів заочної фізико-математичної школи. – Кіровоград, РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2009. – 84 с.
23. Ізюмченко Л.В., Нічишина В.В., Ріжняк Р.Я. Цілі та комплексні числа: Методичний посібник для виконання контрольних робіт учнями 10–11 класів / Серія: Навчальні матеріали для учнів заочної фізико-математичної школи. – Кіровоград, РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2009. – 112 с.
24. Кушнір В.А., Кушнір Г.А., Ріжняк Р.Я. Інноваційні методи навчання математики / Науково-методичний посібник. – Кіровоград, РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2008. – 148 с.
25. Кушнір В.А., Кушнір Г.А., Ріжняк Р.Я. Рівносильні перетворення рівнянь та нерівностей: Методичний посібник для виконання контрольних робіт учнями 10–11 класів / Серія: Навчальні матеріали для учнів заочної фізико-математичної школи. – Кіровоград, РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2009. – 52 с.
26. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики: Учебное пособие для студентов физ.-мат. спец.

- пед. ин-тов / Под ред. Е.И. Ляшенко. – М.: Просвещение, 1988. – 223 с.
27. Математика в понятиях, определениях и терминах: В 2-х ч. Ч. I. Пособие для учителей / О.В. Мантуров, Ю.К. Солнцев, Ю.И. Соркин, Н.Г. Федин; под ред. Л.В. Сабина. – М.: Просвещение, 1978. – 320 с.
28. Математика в понятиях, определениях и терминах: В 2-х ч. Ч. II. Пособие для учителей / О.В. Мантуров, Ю.К. Солнцев, Ю.И. Соркин, Н. Г. Федин; под ред. Л.В. Сабина. – М.: Просвещение, 1982. – 332 с.
29. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра, 8 клас: Підручник для класів з поглибленим вивченням математики. – Х.: Гімназія, 2008. – 322 с.
30. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра, 9 клас: Підручник для класів з поглибленим вивченням математики. – Х.: Гімназія, 2009. – 330 с.
31. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра: Підручник для 7 класу. – Х.: Гімназія, 2007. – 288 с.
32. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра: Підручник для 8 класу. – Х.: Гімназія, 2008. – 290 с.
33. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра: Підручник для 9 класу. – Х.: Гімназія, 2009. – 280 с.
34. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Геометрія: Підручник для 7 класу. – Х.: Гімназія, 2007. – 208 с.
35. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Геометрія: Підручник для 8 класу. – Х.: Гімназія, 2008. – 208 с.
36. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Геометрія: Підручник для 9 класу. – Х.: Гімназія, 2009. – 210 с.
37. Метельский Н.В. Дидактика математики. – Минск: Изд-во Белорус. ун-та, 1982. – 256 с.
38. Методика викладання математики: Практикум / Під редакцією Г.П. Бевза. – К.: Вища школа, 1981. – 200 с.
39. Методика преподавания математики в средней школе: Общ. методика: Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов / А.Я. Блох, Е.С. Канин, Н.Г. Килина и др.; сост. Р.С. Черкасов, А.А. Столяр. – М.: Просвещение, 1985. – 336 с.

40. Методика преподавания математики в средней школе: Общ. методика: Учеб. пособие для физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Ю.М. Колягин, В.А. Оганесян, В.Я. Санинский, Г.Л. Луканкин. – М.: Просвещение, 1980. – 368 с.
41. Методика преподавания математики в средней школе: Частные методики: Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов / А.Я. Блох, В.А. Гусев, Г.В. Дорофеев и др.; сост. В.И. Мишин. – М.: Просвещение, 1987. – 416 с.
42. Методика преподавания математики в средней школе: Частные методики: Учеб. пособие для физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин, Е.Л. Мокрушин и др. – М.: Просвещение, 1977. – 480 с.
43. Онищук В.А. Типы, структура и методика урока в школе. – Киев: Радянська школа, 1976. – 184 с.
44. Педагогический поиск / Ш.А. Амонашвили, С.Н. Лысенкова, В.Ф. Шаталов и др. – М.: Педагогика, 1988. – 368 с.
45. Погорелов О.В. Геометрія: Підручник для 10–11 класів. – Харків: Школяр, 2001. – 128 с.
46. Погорелов О.В. Геометрія: Підручник для 7–9 класів. – Харків: Школяр, 2001. – 286 с.
47. Практикум по педагогике математики: Учеб. пособие для вузов / Под общей ред. А.А. Столяра. – Минск: Вышэйшая школа, 1978. – 192 с.
48. Програми факультативів та курсів за вибором з математики для загальноосвітніх навчальних закладів (7–11 класи). – Київ: Навчальна книга, 2002. – 86 с.
49. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: Монографія. – Х.: Факт, 2005. – 360 с.
50. Слепкань З.І. Методика навчання математики: Підручник для студентів математичних спеціальностей педагогічних навчальних закладів. – Київ: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.
51. Современные основы школьного курса математики. Уч. пособие для пед. ин-тов по мат. спец. / Н.Я. Виленкин, К.И. Дуничев, Л.А. Калужин, А.А. Столяр. – М.: Просвещение, 1980. – 256 с.
52. Современные проблемы методики преподавания математики: Сб. ст.: Учеб. пособие для мат. и физ.-мат. спец. пед. ин-тов. / Сост. Н.С. Антонов, В.А. Гусев. – М.: Просвещение, 1985. – 246 с.

53. Столяр А.А. Педагогика математики. – Минск: Вышэйшая школа, 1986. – 416 с.
54. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.
55. Хинчин А.Я. Педагогические статьи. – М.: АПН СССР, 1963. – 128 с.
56. Шкіль М.І., Слепкань З.І., Дубинчук О. С. Алгебра і початки аналізу: Підручник для 10 класу. – К.: Зодіак-ЕКО, 2006. – 300 с.
57. Шкіль М.І., Слепкань З.І., Дубинчук О.С. Алгебра і початки аналізу: Підручник для 11 класу. – К.: Зодіак-ЕКО, 2006. – 308 с.
58. Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П. Укрупнение дидактических единиц в обучении математике. – М.: Просвещение, 1986. – 256 с.
59. Янченко Г.М., Кравчук В.Р. Математика: Підручник для 5 класу. – Тернопіль: Підручники та посібники, 2005. – 264 с.
60. Янченко Г.М., Кравчук В.Р. Математика: Підручник для 6 класу. – Тернопіль: Підручники та посібники, 2006. – 272 с.

Предметний покажчик

- Аксиоматичний метод 11, 149, 154
 Аксиоматично побудована теорія 11
 Аксиоматичного методу етапи навчання 154
 Алгебраїчний спосіб розв'язування 51
 Алгоритм 30
 Арифметичний спосіб розв'язування 51
- Вектор 186
 Векторний метод 186, 188
 Векторного методу етапи формування 189
 Вербальна модель задачі 62, 170
 Види наочності 70
 Видові характеристики поняття 12
 Вимоги до означень 16
 Висновків типи 150
 Висновок 150
 Висновок математичного речення 20
 Властивість детермінованості алгоритму 30
 Властивість дискретності алгоритму 30
 Властивість елементарності алгоритму 30
 Властивість масовості алгоритму 30
 Властивість результативності алгоритму 30
 Вправа 39
 Вправи пропедевтичні, ввідні, пробні, тренувальні, продуктивні, контрольні 113
- Геометричних перетворень види 195
 Геометричних перетворень властивості 194
 Геометричних перетворень метод 193
- Дефініція 11
 Диз'юнктивне означення 13
 Доведення 149
 Доведення елементи 149
 Доведення метод 150
 Доведення правила 150
 Доведення уміння 150
 Дослідницька компетентність 202
 Дослідницький метод 202, 203
 Дослідницький підхід 202
- Евристика 50
 Евристичні алгоритми 54
 Етапи вивчення теореми 22
 Етапи засвоєння алгоритму 34
 Етапи пізнання 69
 Етапи роботи з теоремою 22
 Етапи розв'язування задач 50, 51
- Завдання з розгорнутою відповіддю 82
 Задача 51
 Задачі контролювальні 39
 Задачі навчальні 39
 Закони логіки 157
 Заочна фізико-математична школа 99, 100
 Зміст математичного речення 20
 Зміст поняття 11
 Зошит з друкованою основою 71
- Імплікативне означення 14
 Індивідуалізація навчання 99
 Індивідуалізації навчання види 99
 Ієрархічна модель задачі 55, 168, 170
- Картки із завданнями 71
 Кодопозитиви 71
 Комп'ютерне моделювання 68
 Комп'ютерні моделі 72
 Контроль 78
 Контролю види 80, 81
 Контролю засоби 81
 Контролю компоненти 79
 Контролю способи 81
 Контролю типи 78
 Контролю форми 81
 Контролю функції 79
 Контролю цілі 78, 79
 Кон'юнктивне означення 13
 Координати 178
 Координатна площина 178
 Координатна пряма 178
 Координатний метод 178
- Логічна форма (структура) математичного речення 20
 Логічний аналіз алгоритмів (правил) 31
 Логічний аналіз означення 13
- Магнітна дошка 70
 Математична модель 67
 Математичне моделювання 68
 Математичний аналіз алгоритмів (правил) 31
 Математичний об'єкт 11
 Матриця інформації про задачу 56, 169, 171
 Метод 137
 Метод аксіоматичний 149
 Метод векторний 186, 188
 Метод геометричних перетворень 193
 Метод координатний 178, 179
 Метод рівнянь та нерівностей 165, 166
 Методу векторного етапи формування 189
 Методу рівнянь та нерівностей етапи формування 165, 166
 Методу об'єктивна сторона 137
 Методу суб'єктивна сторона 137
 Моделей класифікація 66, 67
 Моделювання 66, 142
 Моделювання етапи 142, 143
 Модель 66
 Модель дослідницька 67
 Модель-замінник 67
 Модель-інтерпретація 67
 Модель математична 142
 Модель-уявлення 67
 Модельні перетворення 54
- Наочність навчання 69
 Наочно-схематична модель задачі 54
 Недоліки 91
- Обдарованість 94, 96
 Обсяг поняття 11
 Об'ємні моделі геометричних фігур 71
 Огріхи 91
 Ознаки наочності 69
 Означення 11
 Означення заперечне 14, 15
 Означення конструктивне 14
 Означення рекурсивне (або індуктивне) 14
 Означення у вигляді формул 14
 Означення через найближчий рід та видові відмінності 14
 Означення через перелік 14
- Основні етапи розкриття змісту математичного об'єкта 18
 Оцінка 90
 Оцінювання спосіб нормативний 91
 Оцінювання спосіб порівняльний 91
- Підведення об'єкта під означення 16
 Підходи до побудови шкільного курсу математики 154
 Помилки 91
 Поняття 11
 Правило 31
 Прийоми роботи з теоремою 22
- Рівні навчальних досягнень учнів 47, 48
 Родовий об'єкт поняття 12
 Розв'язування математичної задачі 68
- Система навчальних завдань 40
 Структура аксіоматично побудованої теорії 11, 12
 Структурна модель задачі 56, 169, 171
 Схема аналізу уроку 111
- Таблиці 70
 Таблиці довідкові 70
 Таблиці робочі 70
 Термін 12
 Тест 87
 Тест педагогічний 87
 Тестів типи 87, 89, 90
 Тестове завдання 87
 Тестування педагогічне 87
- Уміння доводити 153
 Умова математичного речення 20
 Урок 102
 Уроків типи 102
 Уроку мета дидактична 102
 Уроку структура 102
- Факультативних занять програма 93
 Факультативних занять форми 93
 Факультативні заняття 93
 Форми навчання обдарованих учнів 95, 96
 Формування математичних понять 11
 Формування поняття про об'єкт 11
- Характерні особливості обдарованих дітей 94, 96, 97

Зміст

Вступ	3
Лабораторні роботи з логіко-математичного аналізу основних компонентів змісту навчального матеріалу	9
<i>Лабораторна робота №1</i> Логіко-математичний аналіз означень, понять і об'єктів. Основні етапи їх формування	9
<i>Лабораторна робота №2</i> Логіко-математичний аналіз математичних речень і загальні прийоми роботи з теоремами	20
<i>Лабораторна робота №3</i> Логіко-математичний аналіз алгоритмів і правил шкільного курсу математики. Методика роботи в школі з алгоритмами і правилами	30
<i>Лабораторна робота №4</i> Задачі як засіб навчання математики	39
<i>Лабораторна робота №5</i> Методика роботи з текстовими математичними задачами в школі	50
<i>Лабораторна робота №6</i> Використання моделювання при навчанні математики в загальноосвітній школі	66
<i>Лабораторна робота №7</i> Форми, способи та засоби контролю й оцінки знань і умінь учнів. Норми оцінювання. Вимірювання навчальних досягнень учнів	78
<i>Лабораторна робота №8</i> Математична підготовка обдарованих учнів. Факультативні заняття, їх мета, зміст, форми проведення ...	93
Лабораторні роботи з організаційних питань навчання математики	102
<i>Лабораторна робота №9</i> Урок, типи уроків. Структура уроків різних типів. Урок формування нових знань	102
<i>Лабораторна робота №10</i> Урок формування умінь та навичок	113
<i>Лабораторна робота №11</i> Урок застосування знань, умінь та навичок	118

<i>Лабораторна робота №12</i> Урок узагальнення та систематизації знань, умінь та навичок	123
<i>Лабораторна робота №13</i> Комбінований урок	129
Лабораторні роботи, що розкривають методичні особливості навчання математичних методів у школі	137
<i>Лабораторна робота №14</i> Аксиоматичний метод доведення в шкільному курсі математики	149
<i>Лабораторна робота №15</i> Метод рівнянь і нерівностей у курсі математики загальноосвітньої школи	160
<i>Лабораторна робота №16</i> Методика формування й використання координатного методу в школі	177
<i>Лабораторна робота №17</i> Методика навчання учнів векторного методу в шкільному курсі геометрії	186
<i>Лабораторна робота №18</i> Метод геометричних перетворень при вивченні математики в школі	193
<i>Лабораторна робота №19</i> Дослідницький метод при вивченні математики в школі ...	202
Література	215
Предметний покажчик	220



Навчальне видання

ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ З МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

Навчальний посібник

У к л а д а ч і

КУШНІР Василь Андрійович

РІЖНЯК Ренат Ярославович

Головний редактор *Богдан Будний*

Редактор *Володимир Дячун*

Художник обкладинки *Ростислав Крамар*

Комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*

Підписано до друку 19.02.2013. Формат 60×84/16. Папір офсетний.

Гарнітура Century Schoolbook. Друк офсетний.

Умовн. друк. арк. 13,3. Умовн. фарбо-відб. 13,3.

[В. 1].

Видавництво «Навчальна книга – Богдан»

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців

ДК №370 від 21.03.2001 р.

Навчальна книга – Богдан, а/с 529, просп. С. Бандери, 34а, м. Тернопіль, 46008

тел./факс (0352) 52-19-66; 52-06-07; 52-05-48

E-mail: publishing@budny.te.ua, office@bohdan-books.com

www.bohdan-books.com

ISBN 978-966-10-1823-4

