

КЛАСИКИ ПОПУЛЯРИЗАЦІЇ НАУКИ
Країна Перельманія

Я.І. Перельман

ЗАХОПЛЮЮЧА АЛГЕБРА

Переклад з російської мови, передмова,
примітки та загальна редакція
В.О. Тадеєва



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

ББК 22.1я72
П27

Серію «Класики популяризації науки» засновано 2007 року

Перельман Я.І.

П27 Захоплююча алгебра: Пер. з рос. / За ред. В.О. Тадеева. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2011. — 336 с.: іл. (Класики популяризації науки; Країна Перельманія).

ISBN 978-966-10-2341-2

«Захоплююча алгебра» Я. І. Перельмана — одна з найзахопливіших книжок про алгебру. У ній ця наука ніби відокремлюється від класної дошки, з якою вона тісно «зрослася» у свідомості більшості читачів, і переноситься у вільний простір, де знаходить найрізноманітніші застосування.

Основне своє завдання автор вбачає у тому, аби прищепити читачеві інтерес до занять алгеброю та викликати у нього бажання самостійно усунути прогалини своєї математичної підготовки. Прочитавши книгу, читач знатиме незмірно більше про основні ідеї алгебри та про її застосування, ніж про це можна довідатися з десятків «шкільних» підручників та посібників.

Книга перекладена багатьма мовами світу. Повний переклад українською мовою виходить уперше.

Книга зацікавить усіх, хто хоче мати правдиве уявлення про математику, зокрема, — переконливі свідчення про можливість її практичного застосування.

ББК 22.1я72

Охороняється законом про авторське право.

Жодна частина цього видання не може бути використана чи відтворена в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва

- © Тадеев В.О., переклад, анотація, передмова, примітки, загальна редакція, ідея художнього оформлення, 2011
- © Кравчук А.В., художнє оформлення, 2011
- © Навчальна книга – Богдан, макет, художнє оформлення, 2011

ISBN 978-966-408-435-9 (серія)
ISBN 978-966-10-2341-2

Передмова редактора

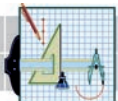
Для пояснення кожної думки належить починати з азбуки, оскільки люди женуться лише за висновками, в той час як уся суть — в основах.

Володимир Одоєвський

Автору книги, яка має слугувати посібником для початківців, не менш важливо, ніж історичу чи літературу, пробудити у свідомості читача зацікавленість, перш ніж його навчити. Якщо користуватися цим методом, то вивчення предмета не викличе втоми, в той час як при нехтуванні ним те саме заняття стане тяжкою працею при постійному розумовому напруженні.

Якоб Берцеліус

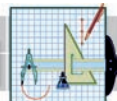
«Захоплююча алгебра» всесвітньовідомого популяризатора науки Якова Ісидоровича Перельмана (1882 – 1942) вийшла першим виданням у 1933 р. — уже після того, як були написані й надруковані усі інші його «захоплюючі» науки — фізика, механіка, астрономія, геометрія та арифметика. Хтось би міг подумати, що на алгебру в автора уже не вистачить ні колиш-



нього запалу, ні знаменитого перельманівського фактажу. Та й особливий характер цієї науки, її абстрактність та формалізм, нібито не налаштовують на захоплення пересічного читача. Проте тоді вже мільйони читачів знали напевне, що книга Перельмана не захоплюючою бути не може. Весь наклад її першого видання (15 000 примірників) був розкуплений за рік, і тому одразу ж таким само накладом було випущене друге видання (у 1934 р.). А ще через три роки (у 1937 р.) уже накладом 50 000 примірників вийшло третє видання.

Пізніше, у повоєнні роки (на жаль, уже без участі автора: він помер під час жахливої блокади Ленінграда — теперішнього Санкт-Петербурга — німецько-фашистськими військами) книга російською мовою видавалася ще 10 разів справді масовими тиражами по 100 000 примірників і більше, а 12-е видання 1970 р. — тиражем аж 300 000 примірників. Навіть українське видання 1973 р. мало наклад 50 000 примірників. Отже, загалом російською та українською мовами за часів СРСР «Захоплююча алгебра» Перельмана була видана загальним тиражем майже 1,5 мільйона примірників. А ще ця книга перекладалася багатьма мовами світу. Вона й досі продовжує видаватися у різних країнах. Що ж викликає такий жвавий інтерес до неї упродовж такого тривалого часу?

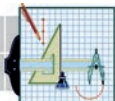
Найперше — це особливий погляд великого популяризатора на науку, під яким вона вимальовується на тлі всеосяжного культурологічного процесу з усією гамою його вимірів — від глобальних філософських та природничо-наукових ідей до втілення їх у конкретних технічних і технологічних проектах та відображення у мистецтві. Автор «відриває, — як він пише у передмові до однієї зі своїх книжок, — науку від класної дошки



і виводить її на вільний простір», у якому вона створюється або втілюється. Важливо й те, що на сторінках його книжок наука по-справжньому оживає, постає у зв'язку із життям, діяльністю, а то й просто дозвіллям багатьох відомих і маловідомих людей, котрі жили у різні епохи, у різних суспільних середовищах і в різних частинах світу. А якщо до цього додати, що в його книгах міститься безліч найрізноманітніших цікавинок, парадоксів, жартівливих задач, загадок, «наукових фокусів», то стане зрозумілим, чому ці книги такі цікаві для найширшої читацької аудиторії.

Та чи не найголовнішим у книгах Перельмана є те, що вони з часом не старіють і, в основному, не втрачають своєї актуальності, оскільки присвячуються здебільшого фундаментальним питанням науки.

На цьому останньому аспекті творчості Я.І. Перельмана варто зупинитися детальніше. В архіві Російської Академії наук у м. Санкт-Петербурзі зберігається рукопис його неопублікованої статті, датованої 1939 р. (на той час уже були написані всі «зіркові» твори Перельмана), в якій автор коротко, але вичерпно характеризує власні принципи й засоби популяризації науки. Принцип фундаментальності у нього — один із найголовніших. Згадуючи слова Платона про те, що «повне неучтво — ще не найбільше зло; куди гірше — накопичення погано засвоєних знань», Перельман далі пише: «... захоплююча наука не спішить знайомити з останніми досягненнями науки, оминаючи її перші сторінки». І наводить переконливі аргументи для цього: «Немає сенсу розповідати про особливості недавно відкритої «важкої води» тому слухачеві, який ще не ознайомлений з властивостями води звичайної. Навіщо заводити мову



$$p = \frac{R(R-a)}{2a}.$$

Звідси випливає спосіб для знаходження точки B борту більярда, куди має бути спрямована куля. Відрізок p можна, як бачимо, побудувати (або обчислити). Визначивши p , відкладаємо його від центра круга по діаметру, проведеному через точку M , і ставимо у точці N перпендикуляр до перетину з колом, тобто з бортом більярда. Точка перетину і буде шуканою точкою B .

З'ясуємо, при якій умові задача має розв'язок. Він існує, очевидно, лише у тому разі, якщо відрізок p менший від радіуса, тобто

$$\frac{R(R-a)}{2a} < R.$$

Звідси легко знайти, що

$$a > \frac{R}{3}.$$

Отже, якщо куля віддалена від центра більярда менше, ніж $\frac{1}{3}$ радіуса, то задача не має розв'язків: спрямувати кулю потрібним чином неможливо.



РОЗДІЛ ЧЕТВЕРТИЙ.

ДІОФАНТОВІ РІВНЯННЯ

КУПІВЛЯ КАПЕЛЮХА¹⁾

Задача

Ви маєте заплатити за куплений у магазині капелюх 19 карбованців. У вас лише одні троячки, у касира — тільки п'ятірки. Чи можете ви за наявності таких купюр розплатитися з касиром і як саме?

Запитання задачі зводиться до того, аби узнати, скільки ви повинні дати касиру троячок, щоб, одержавши здачу п'ятірками, заплатити 19 карбованців. Невідомих у задачі два — кількість (x) троячок та кількість (y) п'ятірок. Однак можна скласти лише одне рівняння:

$$3x - 5y = 19.$$

Хоча одне рівняння з двома невідомими має безліч розв'язків, та ще зовсім не очевидно, що серед них знайдеться принаймні

¹⁾ Редактори повоєнних видань слово «капелюх» у назві цього оповідання змінювали — один на «краватку», а інший — на «светр».

Розв'язання

Покажемо, як розв'язується задача, спочатку на окремому прикладі. Нехай задане число 3. Тоді задача розв'язується так:

$$3 = -\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{2}}.$$

Легко переконатися у правильності цієї рівності. Справді,

$$\sqrt{\sqrt{2}} = \left(\left(2^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2^3}} = 2^{2^{-3}},$$

$$\log_2 2^{2^{-3}} = 2^{-3}, \quad -\log_2 2^{-3} = 3.$$

Якби задане число було 5, то ми розв'язали б задачу тим самим способом:

$$5 = -\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}}.$$

Як бачимо, ми використовуємо тут те, що при квадратному радикалі показник кореня не пишеться.

Загальний розв'язок задачі такий. Якщо задане число N , то

$$N = -\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{\sqrt{2}}}}}_{N \text{ разів}},$$

причому кількість радикалів дорівнює кількості одиниць у заданому числі.



ЗАСТОСУВАННЯ ТАБЛИЦІ ЛОГАРИФМІВ

Знаходження логарифма

1. Знайти $\lg 138$.

На перетині рядка «1,3» і стовпчика «8» знаходимо мантису 140. Характеристику (2) визначаємо із загальних міркувань. Маємо: $\lg 138 \approx 2,140$.

2. Знайти $\lg 5,27$.

На перетині рядка «5» і стовпчика «2» знаходимо мантису 716 для числа 52. Поправку для третьої цифри відшукуємо у тому самому рядку та у стовпчику під цифрою 7: маємо 6. Отже, мантиса для 527 дорівнює: $716 + 6 = 722$. Тому $\lg 5,27 \approx 0,722$.

3. Знайти $\lg 0,608$.

На перетині рядка «6» і стовпчика «0» знаходимо мантису 778. Поправку для третьої цифри відшукуємо у тому ж рядку та у стовпчику поправок під цифрою 8: тут маємо 5. Отже, мантиса для 608 дорівнює $778 + 5 = 783$. Тому $\lg 0,608 \approx -1,783$.

Знаходження числа

4. Знайти число, логарифм якого дорівнює 1,193.

Відшукавши мантису 193, ми бачимо, що вона відповідає числу 156. Отже, $1,193 \approx \lg 15,6$.

5. Знайти число, логарифм якого дорівнює $-1,927$.

У таблиці немає мантиси 927. Найближча менша мантиса — 924, відповідає числу 84. Поправку числа для неврахованих 3-х одиниць відшукуємо у стовпчику поправок над цифрою 3 того ж рядка, з якого було взято мантису; над трійками стоять зверху стовпчиків цифри 5 і 6. Отже, мантиса 927 відповідає числу 845 або 846, а шукане число дорівнює приблизно 0,845 або 0,846. Визначити число точніше у цьому разі неможливо.

ТРИЗНАЧІ ЛОГАРИФМИ

№	lg π ≈ 0,497										Поправки																					
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9				
1,0	000	004	009	013	017	021	025	029	033	037												1	2	3	4	5	6	7	8	9		
1,1	041	045	049	050	057	061	064	068	072	076													2	4	6	8	10	12	14	16	18	
1,2	079	083	086	090	093	097	100	104	107	111														2	4	5	7	9	11	12	14	16
1,3	114	117	121	124	127	130	134	137	140	143														2	3	5	6	8	10	11	13	14
1,4	146	149	152	155	158	161	164	167	170	173														1	3	4	6	7	8	10	11	12
1,5	176	179	182	185	188	190	193	196	199	201														1	2	4	5	6	7	8	10	11
1,6	204	207	210	213	215	217	220	223	225	228														1	2	4	5	6	7	8	10	11
1,7	230	233	236	238	241	243	246	248	250	253														1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,8	255	258	260	262	265	267	270	272	274	276														1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,9	279	281	283	286	288	290	292	294	297	299														1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	301	322	342								362	380	398										1	2	3	4	5	6	7	8	9	
2																							1	2	3	4	5	6	7	8	9	
3	477	491	505	519																			1	2	3	4	5	6	7	8	9	
3											531	544	556	568	580	591							1	2	3	4	5	6	7	8	9	
4	602	613	623	633	643	653																	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
4																							1	2	3	4	5	6	7	8	9	
5	699	708	716	724	732	740	748	756	763	771	663	672	681	690								1	2	3	4	5	6	7	8	9		
6	778	785	792	799	806	813	820	826	833	839												1	2	2	3	4	5	6	7	8		
7	845	851	857	863	869	875	881	886	892	898												1	1	2	3	3	4	5	6	7		
8	903	908	914	919	924	929	935	940	944	949												1	1	2	2	3	3	4	5	6		
9	954	959	964	968	973	978	982	987	991	996	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	0	1	1	2	2	3	3	4	4		
№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9				

ЗМІСТ

Передмова редактора	3
Із передмов автора до 2-го і 3-го видань	13
Розділ перший.	
П'ЯТА МАТЕМАТИЧНА ДІЯ	15
П'ята дія	15
Астрономічні числа	17
Скільки важить усе повітря?	19
Горіння без полум'я й жару	21
Розмаїття погоди	22
Замок із секретом	24
Двійники	25
[Марновірний велосипедист]	26
Результати систематичного подвоєння	27
Незвичайні ліки	29
Чотирма одиницями	34
Трьома двійками	34
Трьома трійками	35
Трьома четвірками	36
Трьома однаковими цифрами	36
Чотирма двійками	37
Універсальна бібліотека	39
Мислячі машини	48
Літературний автомат	53
Музична суперечка	61
Секрет шахового автомата	62
Кількість можливих шахових партій	64
Розділ другий.	
МОВА АЛГЕБРИ	68
Мистецтво складати рівняння	68
Життя Діофанта	69
Кінь і мул	71
Четверо братів	72
Птахи біля річки	73
Дід та онук	75
Продаж годинників	75
Прогулянка	77
Задача Льва Толстого	79
Корови на пасовиську	84
Задача Ньютона	87
Семеро гравців	89

Чисельність племені.....	91
[Вміння відгадувати числа].....	92
Удавана безглуздість.....	95
Рівняння думає за нас.....	96
Курйози й несподіванки.....	96
У перукарні.....	100
Трамвай і пішохід.....	102
[Пароплав і плоти].....	105
Дві жерстянки кави.....	106
Дорогою до заводу.....	108
Вечірка.....	109
Морська розвідка.....	109
На велодромі.....	111
Ескалатор метро.....	113
Змагання автомобілів.....	115
Середня швидкість руху.....	119
Машини для розв'язування рівнянь.....	120
Розділ третій.	
НА ДОПОМОГУ АРИФМЕТИЦІ ТА ГЕОМЕТРІЇ.....	125
Миттєве множення.....	126
Цифри 1, 5 і 6.....	128
Числа 25 і 76.....	129
[Нескінченні «числа»].....	130
Доплата.....	133
Подільність на 11.....	134
[Номер автомобіля].....	137
Подільність на 19.....	139
Піфагорові числа.....	142
Теорема Софі Жермен.....	148
Складені числа.....	148
Кількість простих чисел.....	151
[Найбільше відоме просте число].....	152
Відповідальний розрахунок.....	152
Коли без алгебри простіше.....	156
На допомогу геометрії.....	157
Розділ четвертий.	
ДІОФАНТОВІ РІВНЯННЯ.....	161
Купівля капелюха.....	161
Ревізія кооперативу.....	166
Купівля поштових марок.....	169
Купівля фруктів.....	171
Відгадати день народження.....	172
Продаж курей.....	175

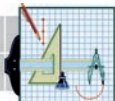
Два числа і чотири дії.....	177
Який прямокутник?.....	178
Два двозначних числа.....	179
Перестановка годинникових стрілок.....	181
[Суміщення годинникових стрілок].....	185
Сто тисяч за доведення теореми.....	185

Розділ п'ятий.

ШОСТА МАТЕМАТИЧНА ДІЯ.....	193
Шоста дія.....	193
Накрутки.....	195
Із тестів Едісона.....	197
Що більше?.....	198
Чому це дорівнює?.....	200
Розв'язати одним поглядом.....	202
Алгебраїчні комедії.....	203

Розділ шостий.

РІВНЯННЯ ДРУГОГО СТЕПЕНЯ.....	207
Здоровкання.....	207
Бджолиний рій.....	209
Ватага мавп.....	210
Передбачливість рівнянь.....	211
Задача Ейлера.....	213
Гучномовці.....	216
Алгебра місячного перельоту.....	219
«Важка задача».....	222
Сума кубів.....	225
[Невизначене рівняння третього степеня].....	227
Які числа?.....	231
Хитромудра система.....	232
Два поїзди.....	233
Де влаштувати полустанок?.....	236
Як прокласти шосе?.....	239
Коли добуток найбільший?.....	241
Коли сума найменша?.....	245
Брус найбільшого об'єму.....	246
Дві земельні ділянки.....	247
Паперовий змій.....	247
Спорудження будинку.....	249
[Дачна ділянка].....	251
Жолоб найбільшого перерізу.....	252
Лійка найбільшої місткості.....	254
Найяскравіше освітлення.....	256

**Розділ сьомий.**

ПРОГРЕСІЇ	259
Найдавніша прогресія.....	259
Алгебра на клітчастому папері.....	261
Поливання городу.....	262
Табун курей.....	264
Артіль землекопів.....	265
Вартість колодязя.....	267
Яблука.....	269
Новина.....	270
Прогресія розмноження.....	272
Розведення кролів.....	275
Сарана.....	277
Бур'яни.....	278
Розмноження інфузорій.....	280
Купівля коня.....	281
Винагорода воїна.....	283

Розділ восьмий.

СЬОМА МАТЕМАТИЧНА ДІЯ	285
Сьома дія.....	285
Суперники логарифмів.....	287
Еволюція логарифмічних таблиць.....	289
Логарифмічні дивовижі.....	291
Найпростіша таблиця логарифмів.....	293
Логарифми на естраді.....	296
Логарифми у кошарі.....	299
Логарифми у музиці.....	300
Зорі, шум і логарифми.....	303
Логарифми в електроосвітленні.....	305
Заповіти на сотні років.....	307
Із заповіту Аракчєєва.....	309
Золотий дощ із мідного п'ятака.....	311
Два американські борги.....	313
Неперервний ріст капіталу.....	314
Число «e».....	316
Два степені.....	318
Два корені.....	320
Скільки людей жило на світі?.....	320
Логарифмічна комедія.....	326
Будь-яке число — трьома двійками.....	327
Застосування таблиці логарифмів.....	329
Тризначні логарифми.....	330

**ЗАХІДНОУКРАЇНСЬКА ЗАОЧНА
МАТЕМАТИЧНА ШКОЛА**

при Тернопільському національному педагогічному університеті
ім. Володимира Гнатюка
46027, м. Тернопіль, вул. М. Кривоноса, 2, педуніверситет, ЗЗМШ.



ШУКАЄМО
КОВАЛЕВСЬКИХ ТА ОСТРОГРАДСЬКИХ
Шановні друзі,
учні 5–10 класів!



Запрошуємо вас на навчання в Західноукраїнській заочній математичній школі (ЗЗМШ).

Завданням ЗЗМШ є допомога зацікавленим учням усіх типів шкіл у поглибленому вивченні основних розділів шкільної математики. Учні, які успішно завершать навчання, разом із посвідченням отримають рекомендації для вступу до вищих навчальних закладів. Значну користь принесе навчання у нашій школі й тим, хто активно готується до участі в математичних олімпіадах. Зокрема, школа видає спеціальні посібники з розв'язування конкурсних та олімпіадних задач.

Навчання у ЗЗМШ відбувається на двох рівнях — основному та поглибленому — і полягає в самостійному опрацюванні теоретичного матеріалу за навчальними посібниками школи та у розв'язуванні й належному оформленні контрольних робіт. Розпочинати навчання в ЗЗМШ можна з будь-якого класу, з 6-го по 11-й, і продовжувати до закінчення основної школи. Навчання здійснюється за помірну плату, яка вноситься лише після одержання повідомлення про зарахування.

Зарахування до ЗЗМШ відбувається на основі письмової рекомендації вчителя математики або за результатами виконання вступної контрольної роботи, умови якої надсилаються кожному охочому. Поза конкурсом зараховуються учасники міських та районних олімпіад юних математиків. Для цього до ЗЗМШ необхідно надіслати довідку зі школи про участь в олімпіаді.

Кожен претендент на навчання в ЗЗМШ повідомляє нам своє прізвище, ім'я і по батькові (повністю), клас основної школи, а також повну домашню адресу. Для одержання відповіді вкладіть звичайний поштовий конверт з маркою, підписаний на вашу домашню адресу.

На листи від майбутніх Остроградських і Ковалевських ми чекаємо за адресами: **46027, м. Тернопіль, вул. М. Кривоноса, 2, педуніверситет, ЗЗМШ, або: 46018, м. Тернопіль – 18, а/с 426, ЗЗМШ.**



Навчальне видання

Класики популяризації науки

ПЕРЕЛЬМАН Яків Ісидорович
ЗАХОПЛЮЮЧА АЛГЕБРА

Переклад з російської мови
і загальна редакція
В.О. Тадеєва

Головний редактор *Богдан Будний*
Редактор *Володимир Дячун*
Дизайн та комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*
Художник обкладинки *Володимир Басалига*
Художник *Павло Шеляк*
Комп'ютерний набір *Олени Поліщук*

Підписано до друку 13.02.2011. Формат 60×84/16. Папір офсетний.
Гарнітура Century SchoolBook. Умовн. друк. арк. 19,53. Умовн. фарбо-відб. 78,12.

Видавництво "Навчальна книга – Богдан"
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців
ДК №370 від 21.03.2001 р.

Навчальна книга – Богдан, а/с 529, м.Тернопіль, 46008
тел./факс (0352) 52-06-07; 52-05-48; 52-19-66; (067) 350-18-70
publishing@budny.te.ua, office@bohdan-books.com
www.bohdan-books.com

ISBN 978-966-10-2341-2



9 789661 023412