

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В ЕКОНОМІЦІ

Навчальний посібник

За редакцією Благун І.С.

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

УДК 512.1(075.3)
ББК 21.1
М34

Авторський колектив:

Р. В. Фецура, кандидат економічних наук, доцент — передмова, розділи _____;
В. П. Кічор, кандидат технічних наук, доцент — розділи _____;
_____, _____ — розділ ____;
_____, _____ — розділ ____;
_____, _____ — розділ ____;
_____, _____ — розділ ____;

_____;

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів (лист №1/11-3150 від 16.04.2010 р.)

Рецензенти:

В. В. Вітлінський — доктор економічних наук, професор (Київський національний економічний університет ім. Вадима Гетьмана);
Т. С. Клебанова — доктор економічних наук, професор (_____
І. Г. Лук'яненко — доктор економічних наук, професор (_____)

М34 **Математичні методи в економіці** : навч. посіб. / _____ [та ін.] ; за ред. _____ ; Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2010. — ____ с.
ISBN 978-966-10-1578-3

УДК 512.1(075.3)
ББК 21.1

ISBN 978-966-10-1578-3

© Навчальна книга – Богдан, макет, художнє оформлення, 2010

ЗМІСТ

Передмова	5
Розділ 1. МЕТОДОЛОГІЧНІ ЗАСАДИ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ	7
1.1. Економіко-математичні методи і моделі як засіб дослідження складних соціально-економічних явищ і процесів та вироблення обґрунтованих управлінських рішень	7
1.2. Основні поняття та види економіко-статистичних моделей.....	12
1.3. Поняття про економетрію як науку про кількісне вимірювання зв'язків в економічній системі.....	16
1.4. Етапи і особливості економетричного моделювання	19
<i>Контрольні запитання до розділу 1</i>	22
<i>Тести до розділу 1</i>	22
Розділ 2. АНАЛІЗ СТРУКТУРИ СТАТИСТИЧНОЇ СУКУПНОСТІ	24
2.1. Статистична сукупність як інформаційна основа моделювання	24
2.2. Багатовимірне ранжування статистичної сукупності	26
2.3. Дослідження однорідності статистичної сукупності	30
2.4. Основи кластерного аналізу.....	32
2.5. Основи дискримінантного аналізу	38
<i>Контрольні запитання до розділу 2</i>	44
<i>Тести до розділу 2</i>	44
<i>Вправи до розділу 2</i>	45
Розділ 3. ПАРНИЙ КОРЕЛЯЦІЙНО-РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ	47
3.1. Обґрунтування вибору форми залежності з урахуванням властивостей елементарних функцій	47
3.2. Оцінювання напряму і щільності кореляційного зв'язку	54
3.3. Оцінювання параметрів парної регресії та тестування моделі на адекватність.....	61
3.4. Встановлення довірчих інтервалів для параметрів узагальненої регресійної моделі та прогнозних значень залежної змінної.....	65
<i>Контрольні запитання до розділу 3</i>	73
<i>Тести до розділу 3</i>	73
<i>Вправи до розділу 3</i>	75
Розділ 4. БАГАТОФАКТОРНИЙ РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ.....	77
4.1. Специфікація багатофакторної регресійної моделі	77
4.2. Класична лінійна модель множинної регресії	78
4.3. Оцінювання параметрів багатофакторної лінійної регресії	80
4.4. Дисперсійно-коваріаційна матриця параметрів рівняння регресії....	86
4.5. Множинні коефіцієнти детермінації і кореляції.....	88
4.6. Тестування значущості і визначення довірчих інтервалів.....	90
4.7. Прогнозування на основі багатофакторної регресійної моделі	93
4.8. Мультиколінеарність.....	96
4.9. Гетероскедастичність. Узагальнений метод найменших квадратів...104	
4.10. Автокореляція.....	116
4.11. Економетричні моделі з фіктивними змінними	123

4.12.	Системи одночасних рівнянь.....	129
	<i>Контрольна запитання до розділу 4</i>	136
	<i>Тести до розділу 4</i>	137
	<i>Вправи до розділу 4</i>	140
Розділ 5.	МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ...	145
5.1.	Теоретичні засади моделювання динамічного ряду.....	145
5.2.	Моделювання тенденції динамічного ряду.....	152
5.3.	Моделювання сезонних явищ і процесів.....	158
5.4.	Автокореляційний аналіз. Авторегресійні моделі.....	161
5.5.	Багатофакторні економіко-статистичні моделі динаміки.....	166
	<i>Контрольні запитання до розділу 5</i>	170
	<i>Тести до розділу 5</i>	171
	<i>Вправи до розділу 5</i>	172
Розділ 6.	МЕТОДИ І МОДЕЛІ ЕКОНОМІЧНОГО ПРОГНОЗУВАННЯ	175
6.1.	Поняття і завдання економічного прогнозування.....	175
6.2.	Загальна характеристика методів економічного прогнозування.....	184
	<i>Контрольні запитання до розділу 6</i>	194
	<i>Тести до розділу 6</i>	195
	<i>Вправи до розділу 6</i>	197
Розділ 7.	ЕКОНОМІЧНЕ ПРОГНОЗУВАННЯ НА ОСНОВІ ОДНОВИМІРНОГО ДИНАМІЧНОГО РЯДУ	199
7.1.	Адаптивні методи прогнозування.....	199
7.2.	Прогнозування сезонних явищ.....	209
	<i>Контрольні запитання до розділу 7</i>	220
	<i>Тести до розділу 7</i>	220
	<i>Вправи до розділу 7</i>	222
Розділ 8.	ОСНОВИ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ	225
8.1.	Імітаційні методи і моделі та їх призначення.....	225
8.2.	Побудова імітаційних моделей. Метод автоматного моделювання ..	230
8.3.	Приклад побудови ймовірно-автоматної моделі.....	233
	<i>Контрольні запитання до розділу 8</i>	237
	<i>Тести до розділу 8</i>	237
	<i>Вправи до розділу 8</i>	238
ДОДАТКИ	240
	Додаток А. Основні поняття і відомості з теорії ймовірності та математичної статистики.....	240
	Додаток Б. Статистичні таблиці.....	251

Розділ 1.

МЕТОДОЛОГІЧНІ ЗАСАДИ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

1.1. Економіко-математичні методи і моделі як засіб дослідження складних соціально-економічних явищ і процесів та вироблення обґрунтованих управлінських рішень

Сучасний бізнес ставить високі вимоги до якості управління, що зумовлено цілою низкою причин, серед яких можна виділити такі:

- загострення конкурентної боротьби;
- функціонування економічних систем в умовах ризику і невизначеності;
- ускладнення технології виробництва і надання послуг;
- висока динамічність виробничих, транспортних та інформаційних технологій;
- швидке зростання номенклатури товарів і значне скорочення їх життєвого циклу.

З давніх часів, методом проб і помилок, користуючись інтуїцією і досвідом, людство намагалося виробляти найкращі рішення в управлінні економічними системами. Ще півстоліття тому вважалося, що основою вироблення оптимального рішення в бізнесі є професійний досвід менеджера. Проте подальший аналіз прийнятих рішень все частіше вказував на те, що інтуїтивний вибір на практиці здебільшого не забезпечував отримання найкращих результатів, а негативні наслідки недостатньо обґрунтованих рішень ставали все більш відчутними.

Прийняття рішень на основі проб і помилок в наш час втрачає свою актуальність, оскільки надто дорогими (і навіть катастрофічними) можуть виявитися помилки, а на їхнє виправлення відводиться дуже мало часу. Відповідальні рішення повинні прийматися лише після глибокого і всебічного аналізу можливих ситуацій і припущень, тобто тільки за умови їхнього обґрунтованого кількісного дослідження, що забезпечується використанням математичного апарата. Проникнення математичних розрахунків у сферу економічної науки і практики є достатньо ефективним засобом структурованого, компактного і наочного відображення досліджуваної проблеми чи ситуації, а результати розв'язання математичної задачі дають змогу виробити оптимальні рекомендації стосовно тих чи інших дій. Сучасна математика не тільки увійшла в галузь економічних досліджень, але й трансформується, стає менш формальною.

Пізнання – це поєднання елементів натурних спостережень і абстрактного мислення. Проте здебільшого натурний експеримент над економічними системами виявляється надто трудомістким і дорогим або просто нереальним. Очевидно, що коли йдеться про вивчення процесів управління, формування програми майбутньої поведінки системи і засобів її ефективної реалізації, виникає потреба у моделюванні. Цей своєрідний метод мислення і пізнання називають методом аналогій і моделей.

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В ЕКОНОМІЦІ

Модель — це зручне, спрощене подання істотно важливих характеристик досліджуваного об'єкта або ситуації.

Процес подання об'єкта-оригіналу моделлю для отримання інформації про нього за допомогою експериментів над моделлю називають *моделюванням*.

Модель повинна бути:

- цілеспрямованою, максимально простою і зрозумілою для користувача;
- зручнішою для виконання експериментів і дешевшою за оригінал;
- надійною у розумінні гарантії від помилкових результатів;
- повною з погляду розв'язування поставленої задачі;
- адаптивною, що забезпечує легкість внесення змін і поєднання з іншими моделями.

Розрізняють такі види моделювання:

- геометричне (предметне) — виконується на макетах або об'ємних моделях, які у наочній формі передають зовнішній вигляд об'єкта, його просторові властивості і співвідношення між ними;
- фізичне — забезпечує відтворення фізико-хімічних і технологічних процесів, що відбуваються в оригіналі, за допомогою аналогових пристроїв;
- математичне — побудова математичних співвідношень (формул, рівнянь, нерівностей, алгоритмів), які відображають істотні характеристики досліджуваної системи для пізнання її внутрішніх закономірностей.

Відомий постулат про те, що та чи інша галузь знань досягає досконалості лише тоді, коли вона може послуговуватися математикою, вповні стосується і економіки. Сучасний підхід до аналізу економічних систем, планування, розробки ефективних методів управління повинен ґрунтуватися на математичному моделюванні. Створення математичної моделі економічної системи і здійснення над нею експериментів називають *економіко-математичним моделюванням*.

Засновник класичної політичної економіки В. Петті (1623–1687 рр.) в передмові до “Політичної арифметики” наголошував, що замість того, щоб вживати слова для порівняння чи відзначення переваги, використовуючи при цьому абстрактні аргументи, доцільніше виразити свої думки на мові чисел, ваги і міри.

Перша модель національної економіки була створена Ф. Кене (1694–1774 рр.). У 1758 р. був надрукований перший варіант “Економічної таблиці”, а в 1766 р. — другий, в яких описувалася економіка Франції. У працях Ф. Кене наведена графіко-числова модель процесу суспільного відтворення, руху складових частин суспільного продукту, описані стосунки між класами (землевласниками, селянами і ремісниками) в процесі виробництва і розподілу продукції, а також доходів.

У кожному конкретному випадку модель повинна будуватися з урахуванням мети дослідження, наявних матеріальних, технічних, програмних та інформаційних ресурсів, необхідної точності результатів розрахунків. Розумна ідеалізація та абстракція дає змогу відволікатися від великої кількості випадкових, неістотних властивостей системи, а універсальні можливості математичного описання забезпечують змістовну характеристику системи і реальні можливості практичної реалізації моделі.

Побудову економіко-математичної моделі вважають найвідповідальнішою і складною проблемою моделювання, яка вимагає детального розуміння змісту процесу, який підлягає моделюванню, і відповідних математичних навиків. Досвід показує, що найкращі моделі створюють спеціалісти у конкретній предметній галузі, які застосо-

Розділ 1. Методологічні засади економіко-математичного моделювання

вують математичний апарат. Тому оволодіння сучасною методологією і методами моделювання можна вважати основою успіху економіста-менеджера у його практичній діяльності.

В основу класифікації економіко-математичних моделей (табл. 1.1) доцільно покласти ознаки об'єкта моделювання і засобів побудови моделей. Об'єкти моделювання можуть розглядатися з позицій:

- суті модельованих процесів і функцій управління (організаційного управління, управління технологічними процесами, управління інформаційними потоками тощо);
- часових характеристик процесів (статичні і динамічні);
- рівнів управління системою (макроекономічний, мікроекономічний, локальний);
- сутності підходу до моделювання об'єкта дослідження (структурний, функціональний).

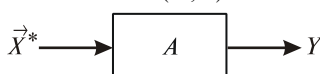
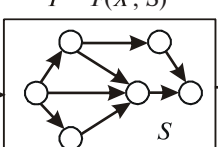
Ознаками засобів побудови моделей слугують:

- структура моделей і характер взаємозв'язку між її компонентами (оптимізаційні, балансові, статистичні);
- використана інформація (характер впливу на досліджувану систему, джерела формування);
- методи реалізації моделей (аналітичні, числові, імітаційні).

Кожна із перерахованих ознак відображає змістовий, математичний та інформаційний аспекти досліджуваної системи або процесу.

Таблиця 1.1

Класифікація економіко-математичних моделей

Класифікаційні ознаки	Види моделей	Характеристики моделей
1. Врахування елементів економічної системи (структури — S ; функції — F)	Функціональні	Економічну систему розглядають як «чорну скриньку» $Y = F(\vec{X}, A)^*$  де \vec{X} — вхід системи; Y — вихід
	Структурні	Економічну систему розглядають як сукупність елементів, які взаємодіють між собою $\vec{Y} = F(\vec{X}, S)$  де S — структура системи

Вправа 4.5. На основі даних, поданих у табл. 4.21, необхідно:

1. Побудувати економетричну модель, яка описує залежність роздрібного товарообігу в регіоні від доходів населення;
2. За допомогою критерію Дарбіна—Уотсона здійснити тестування моделі на наявність автокореляції залишків;
3. У випадку автокореляції залишків, скористатися методом Ейткена для її вилучення.

Таблиця 4.21

Рік	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Дохід (x), тис. грн.	73,1	76,0	77,2	79,3	82,0	84,2	88,5	89,7	90,3	91,3
Роздрібний товарообіг (y), тис. грн.	53,7	55,1	55,7	56,9	57,5	59,1	62,2	62,7	65,3	36,7

Вправа 4.6 Користуючись економетричною моделлю з фіктивними змінними, скласти прогноз обсягу випуску продукції на I–IV квартали $t = 17$ року за даними вправі 7.8.

Вправа 4.7. За даними вправі 4.1 побудувати рівняння множинної лінійної регресії у стандартизованій формі.

Вправа 4.8. На основі даних 16-ти спостережень за результативною змінною y і факторними змінними x_1, x_2 і x_3 отримано такі результати регресійного аналізу:

Коефіцієнт детермінації	0,970
Множинний коефіцієнт кореляції	?
Рівняння регресії	$\hat{y} = -1599,14 - 6,11x_1 + ?x_2 + 27,90x_3$
Середні квадратичні (стандартні) помилки параметрів рівняння регресії	362,18; 4,77; 34,70; 10,58
t -критерій параметрів рівняння регресії	? ; ? ; 3,45; ?

Необхідно:

1. Відновити пропущені характеристики;
2. З ймовірністю $p = 0,95$ побудувати довірчі інтервали для коефіцієнтів регресії;
3. Проаналізувати результати регресійного аналізу.

Вправа 4.9. Економетрична модель описується такою системою одночасних рівнянь:

$$y_{1t} = a_{12}y_{2t} + a_{13}y_{3t} + b_{10} + b_{11}x_{1t} + \varepsilon_{1t},$$

$$y_{2t} = a_{21}y_{1t} + b_{20} + b_{21}x_{1t} + b_{22}x_{2t} + \varepsilon_{2t},$$

$$y_{3t} = a_{31}y_{1t} + a_{32}y_{2t} + b_{30} + b_{31}x_{1t} + \varepsilon_{3t}.$$

Провести ідентифікацію моделі. Який метод доцільно застосовувати для оцінювання параметрів моделі?

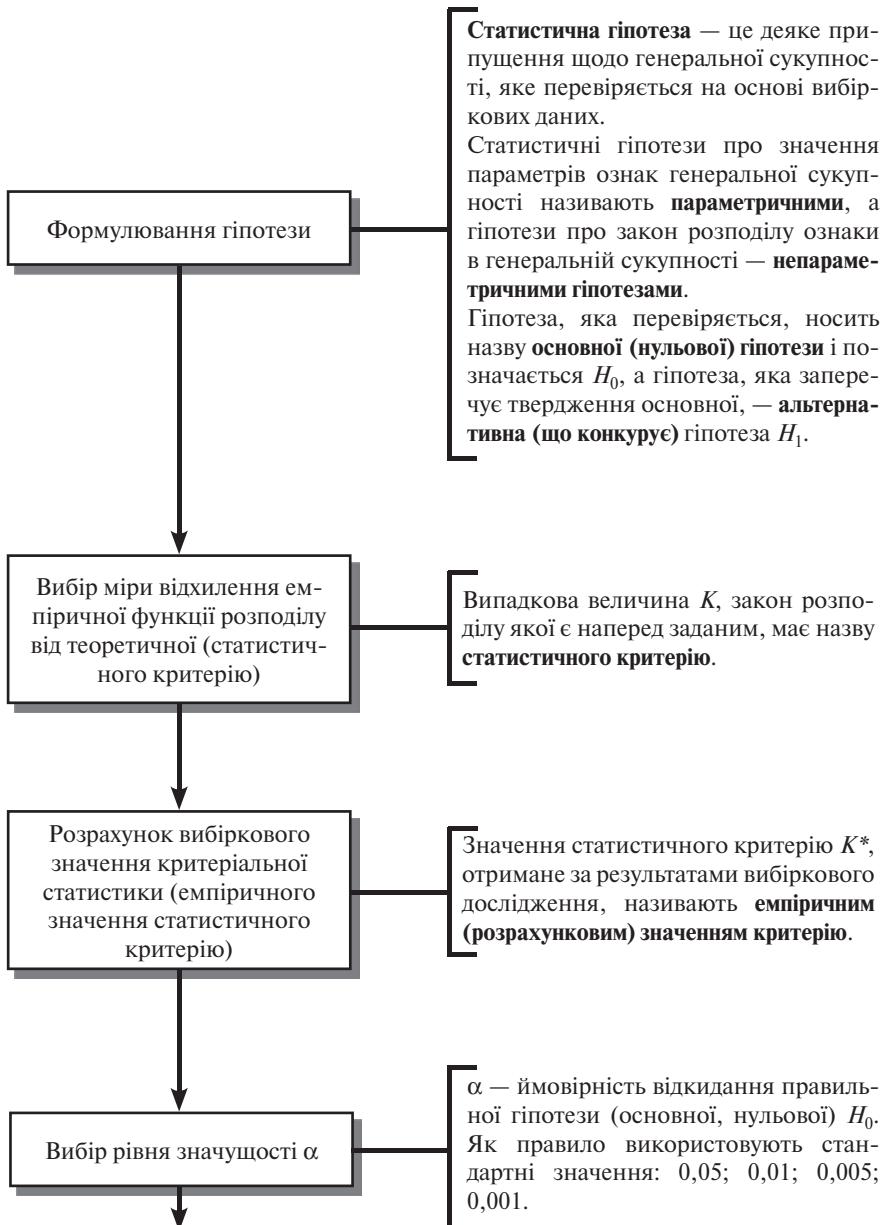
МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В ЕКОНОМІЦІ

Вправа 4.10. На основі поданих нижче даних побудувати економетричну модель для дослідження залежності попиту і пропозиції на деякий товар (Q) від ціни (P), доходу (Y) і процентної ставки (R). Оцінити параметри моделі і зробити висновки.

Таблиця 4.22

Номер спостереження	Q	P	Y	R
1	40	6	1500	13,0
2	45	6	1500	13,0
3	40	5	1800	12,0
4	50	8	2000	13,5
5	35	5	1800	12,5
6	45	9	2200	14,0
7	50	10	2100	13,5
8	45	9	2200	13,5

Загальна схема перевірки статистичних гіпотез







Навчальне видання

ФЕЩУР Роман Васильович, КІЧОР Володимир Петрович,
_____ та ін.

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В ЕКОНОМІЦІ

Навчальний посібник

За редакцією Благуна І.С.

Головний редактор *Богдан Будний*

Редактор _____

Художник обкладинки *Ростислав Крамар*

Комп'ютерна верстка _____

Підписано до друку 19.19.2010. Формат 70x100/16. Папір офсетний.

Гарнітура Newton. Друк офсетний.

Умовн. друк. арк. 18,2. Умовн. фарбо-відб. 18,2.

[В. 1].

Видавництво «Навчальна книга — Богдан»

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців

ДК № 370 від 21.03.2001 р.

Навчальна книга — Богдан, а/с 529, м. Тернопіль 46008

тел./факс (0352) 52-06-07; 52-05-48; 52-19-66

publishing@budny.te.ua

www.bohdan-books.com