

Ю.І. Мальований  
Г.М. Литвиненко  
Г.М. Возняк

# АЛГЕБРА

---

**9** клас  
Підручник  
для загальноосвітніх  
навчальних закладів

*За редакцією Ю.І. Мальованого*

*Рекомендовано  
Міністерством освіти і науки України*



ТЕРНОПІЛЬ  
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

УДК 512.1(075.3)  
ББК 22.1я72  
М21

**Експерти:**

- Бончук О.М.* учитель-методист, методичний кабінет Новоодеської РДА Миколаївської обл.
- Величко І.Г.* кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри алгебри і геометрії, Запорізький національний університет
- Глобін О.І.* кандидат пед. наук, старший науковий співробітник лабораторії математичної та фізичної освіти АПН України
- Горбачик О.В.* учитель, Кузнецовська гімназія Рівненської обл.
- Горобець І.В.* учитель-методист, заступник директора ліцею “Перспектива”, м. Запоріжжя
- Дрозд Ю.А.* доктор фіз.-мат. наук, професор, завідувач відділом алгебри Інституту математики НАН України
- Кастранець Л.М.* методист, Чортківський РМК

**Відповідальні за підготовку видання:**

- Литвиненко О.О.* методист вищої категорії, Інститут інноваційних технологій і змісту освіти МОН України
- Прокопенко Н.С.* головний спеціаліст МОН України

Видано за рахунок державних коштів.  
Продаж заборонено

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України  
(наказ МОН України №56 від 02.02.2009 р.)*

*Охороняється законом про авторське право.  
Жодна частина цього видання не може бути відтворена  
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

- © Мальований Ю.І., Литвиненко Г.М.,  
Возняк Г.М., 2009
- © Навчальна книга – Богдан, макет,  
художнє оформлення, 2009

ISBN 978-966-10-0285-1

## Слово до учнів

*Людський розум не винайшов іншої машини, яка такою ж мірою вивільняла б від нудної роботи, як алгебра.*

Дж. В. Гіббс,  
американський фізик,  
механік і математик

### Юний друже!

Перед тобою новий підручник з алгебри, науки, яку ти продовжуватимеш вивчати в 9 класі. Мета цього підручника — допомогти тобі не тільки здобути певні знання, а й навчитися використовувати їх у процесі навчання і в практичній діяльності.

Матеріал підручника структуровано за розділами, які розбито на параграфи, а ті, у свою чергу, — на окремі пункти. Майже перед кожним з пунктів у рубриці «Пригадайте» акцентується увага на тих відомостях, які слід відновити в пам'яті для полегшення розуміння нового матеріалу.

Кожен пункт складається з двох частин. У першій частині викладено теоретичний матеріал, у другій — вміщено запитання для самоперевірки, а також задачі та вправи, які допоможуть тобі його усвідомити і навчитися застосовувати. Не починай виконувати вправи, не прочитавши викладе-не у теоретичній частині. Там ти знайдеш, зокрема, і зразки розв'язання окремих завдань.

Щоб привернути твою увагу до особливо важливих положень, їх виділено відмінним від звичайного шрифтом і кольором. Наприклад, кольором виділено означення та властивості, які потрібно запам'ятати. Послідовність виконання певних дій, перетворень, розв'язування задач надруковано курсивом.

Зорієнтуватися у рівні засвоєння змісту розділу ти зможеш за допомогою вміщених у його кінці додаткових задач та вправ, а також різнорівневих завдань для самоперевірки.

Щиро бажаємо тобі успіху!

Позначення:

° — завдання, що відповідають початковому і середньому рівням навчальних досягнень;

\* — завдання високого рівня навчальних досягнень;

відсутність біля номера завдання будь-якого позначення вказує на те, що воно відповідає достатньому рівню навчальних досягнень. Для додаткових задач і вправ до кожного розділу та на повторення курсу алгебри рівні їх складності не вказано;

▽ — початок доведення твердження або розв'язання вправи;

▲ — кінець доведення твердження або розв'язання вправи.

# Розділ I

## НЕРІВНОСТІ

---

§1. Числові нерівності

§2. Нерівності зі змінними

## §1. Числові нерівності

### 1.1. Поняття числової нерівності

#### Пригадайте

1. Що означають знаки  $>$  і  $<$ ?
2. Який запис правильний: а)  $3 < 5$ ; б)  $6 > 8$ ; в)  $0 < 1$ ?
3. Як записати за допомогою математичних символів твердження: а) число  $a$  — додатне; б) число  $b$  — від'ємне?

① **Як порівняти два числа.** Вам уже не раз доводилося порівнювати числа. В результаті порівняння встановлюють одне з трьох можливих відношень між двома числами  $a$  і  $b$ :  $a$  більше від  $b$  ( $a > b$ );  $a$  менше від  $b$  ( $a < b$ );  $a$  дорівнює  $b$  ( $a = b$ ).

Ви знаєте, що будь-яке додатне число більше від 0, а будь-яке від'ємне число менше від 0. Тому запис  $a > 0$  означає, що  $a$  — число додатне, а запис  $a < 0$  — що  $a$  — число від'ємне.

На координатній прямій додатні числа розміщені справа від нуля, а від'ємні — зліва. Взагалі, якщо  $a > b$ , то число  $a$  на координатній прямій розміщене правіше від  $b$  (рис. 1).



Рис. 1

Досі строгих означень відношень «більше», «менше», «дорівнює» між двома числами не давалося, хоча вони досить прості і побудовані на використанні значення різниці даних чисел.

Як відомо, така різниця може бути додатною, від'ємною або дорівнювати нулю. Відповідно,



**число  $a$  більше від числа  $b$ , якщо різниця чисел  $a$  і  $b$  додатна:**

**$a > b$ , якщо  $a - b > 0$ ;**

**число  $a$  менше від числа  $b$ , якщо різниця чисел  $a$  і  $b$  від'ємна:**

**$a < b$ , якщо  $a - b < 0$ ;**

**число  $a$  дорівнює числу  $b$ , якщо різниця чисел  $a$  і  $b$  дорівнює нулю:**

**$a = b$ , якщо  $a - b = 0$ .**

Враховуючи ці означення, для порівняння будь-яких двох чисел потрібно утворити їх різницю і визначити її знак.

Розглянувши приклади, спробуємо визначити, що більше:

а)  $\frac{5}{8}$  чи  $\frac{4}{7}$ ?

$$\frac{5}{8} - \frac{4}{7} = \frac{35 - 32}{56} = \frac{3}{56} > 0. \text{ Отже, } \frac{5}{8} > \frac{4}{7}.$$

б)  $-15$  чи  $-17$ ?

$$-15 - (-17) = -15 + 17 = 2 > 0. \text{ Отже, } -15 > -17.$$

в)  $0,333$  чи  $\frac{1}{3}$ ?

$$0,333 - \frac{1}{3} = \frac{333}{1000} - \frac{1}{3} = \frac{999 - 1000}{3000} = -\frac{1}{3000} < 0.$$

Отже,  $0,333 < \frac{1}{3}$ .

г)  $7$  чи  $4\sqrt{3}$ ?

Для визначення знака різниці  $7 - 4\sqrt{3}$  перетворимо її, записавши  $7$  як  $4 + 3$ . Маємо:

$$\begin{aligned} 7 - 4\sqrt{3} &= 4 + 3 - 4\sqrt{3} = 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = \\ &= (2 - \sqrt{3})^2 > 0. \text{ Отже, } 7 > 4\sqrt{3}. \end{aligned}$$

② **Що таке числова нерівність?** Два числа, сполучені знаком  $>$  (більше) або  $<$  (менше), утворюють **числову нерівність**.

Приклади:  $3 < 5$ ;  $-1 > -9$ ;  $0 < 4,5$ .

Знаки нерівності  $<$  та  $>$  (або  $>$  та  $<$ ) є **однаковими**. Тому нерівності виду  $a > b$  і  $c > d$  (або  $a < b$  і  $c < d$ ) називають нерівностями **однакового смислу**.

Наприклад,  $\sqrt{5} > 2$  і  $\pi > 3,1$  — нерівності однакового смислу.

Знаки нерівності  $>$  і  $<$  є **протилежними**. Тому нерівності виду  $a > b$  і  $c < d$  (або  $a < b$  і  $c > d$ ) називають нерівностями **протилежного смислу**.

Наприклад,  $\sqrt{5} > 2$  і  $0,3 < \frac{1}{3}$  є нерівностями протилежного смислу; нерівності  $4 < 6,5$  і  $8 > 0$  — так само.

Як і числові рівності, числові нерівності можуть бути **правильними** і **неправильними**. Наприклад, нерівності  $2 < 7$ ;  $0,5 > \frac{1}{3}$  є правильними, а нерівності  $1 > 2$ ;  $3 < -0,8$ ;  $\frac{1}{3} > \frac{1}{2}$  — неправильними.

③ **Очевидні властивості.** У процесі розв'язування задач та доведення тверджень користуються такими очевидними властивостями.

№	Символічний запис	Словесне формулювання
1.	Якщо $a > 0$ і $b > 0$ , то $a + b > 0$ , $ab > 0$ , $\frac{a}{b} > 0$ .	Сума, добуток і частка двох додатних чисел — завжди додатні.
2.	Якщо $a < 0$ і $b < 0$ , то $a + b < 0$ , $ab > 0$ , $\frac{a}{b} > 0$ .	Сума двох від'ємних чисел — від'ємна, а їх добуток і частка — додатні.
3.	Якщо $a > 0$ і $b < 0$ , то $ab < 0$ , $\frac{a}{b} < 0$ .	Добуток і частка додатного та від'ємного чисел є від'ємними числами.



№	Символічний запис	Словесне формулювання
4.	Якщо $ab > 0$ або $\frac{a}{b} > 0$ , то $a > 0$ і $b > 0$ або $a < 0$ і $b < 0$ .	Якщо добуток або частка двох чисел є додатним числом, то ці числа або додатні, або від'ємні.
5.	Якщо $ab < 0$ або $\frac{a}{b} < 0$ , то $a > 0$ і $b < 0$ або $a < 0$ і $b > 0$ .	Якщо добуток або частка двох чисел є від'ємні, то одне з них — додатне число, а друге — від'ємне.
6.	Якщо $ab = 0$ , то $a = 0$ і $b \neq 0$ , або $a \neq 0$ і $b = 0$ , або $a = b = 0$ .	Якщо добуток двох чисел дорівнює нулю, то принаймні одне з них (тобто одне з двох або обидва одночасно) дорівнює нулю.
7.	Якщо $a \neq 0$ , то $a^{2n} > 0$ ; $a^{2n+1} > 0$ , коли $a > 0$ ; $a^{2n+1} < 0$ , коли $a < 0$ .	1) Степінь будь-якого, відмінного від нуля, числа з парним показником є додатним числом; 2) степінь додатного числа з непарним показником є додатним числом, а степінь від'ємного числа з непарним показником — від'ємним.

Проілюструйте кожне твердження прикладом.



### Запитання для самоперевірки

1. Як порівняти між собою два числа?
2. У якому випадку число  $a$  більше від числа  $b$ ?
3. У якому випадку число  $m$  менше від числа  $n$ ?
4. Яке з чисел  $a$ ,  $b$ ,  $c$  лежить на координатній прямій між двома іншими, якщо  $a > c$  та  $c > b$ ?