ЗАНЯТТЯ 1
Числові множини. Подільність чисел

Повторюємо теорію

Числові множини

Числа, які використовують для лічби, називають натуральними. $N=\{1,2,3,\dots\}$ — множина натуральних чисел.

Натуральні числа, числа, їм протилежні й нуль називають цілими. $Z=\{0,\pm1,\pm2,\dots\}$ — множина цілих чисел. Усі натуральні числа є цілими числами. *Нуль не є натуральним числом!*

Числа виду $\frac{m}{n}$, де m — ціле число, n — натуральне число, називають раціональними. Множину раціональних чисел позначають Q. Ця множина складається з тих чисел, які можна подати у вигляді звичайних дробів. Скінченні та нескінченні періодичні десяткові дроби є раціональними числами. Усі цілі числа є раціональними числами.

I — множина ірраціональних чисел. Складається із чисел, які не є раціональними. До таких, наприклад, відносять числа π, e, $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{5}$ та інші.

$R=Q\cup I$ — множина дійсних чисел. Складається з усіх раціональних та ірраціональних чисел. Натуральні, цілі, раціональні та ірраціональні числа є дійсними числами.

Дроби і пропорції

Дріб $\frac{a}{b}$, де $a\in N$ — чисельник дробу, $b\in N$, називають *звичайним*. Звичайний дріб, чисельник якого менший від знаменника, називають *правильним*. Звичайний дріб, чисельник якого більший або дорівнює знаменнику, називають *неправильним*. Правильні дроби менші від 1, неправильні — більші або дорівнюють 1.

Рівність двох відношень (дробів) називають *пропорцією*. Наприклад, $\frac{a}{b}=\frac{m}{n}$ або $a:b=m:n$ — це пропорція. Тут a і n — крайні члени пропорції, а b і m — середні члени пропорції.

Основна властивість пропорції: добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку її середніх членів, тобто $a\cdot n=b\cdot m$.

Подільність натуральних чисел та ділення з остачею

Ціле число a ділиться націло на ціле число b (іноді позначають $a\,\vdots\,b$), якщо $a=b\cdot q$, де q — деяке ціле число. При цьому число a називають діленим, число b — дільником, а число q — часткою. Числа, які діляться на число b, мають вигляд $b\cdot q$.

Для будь-яких натуральних чисел a і b $(b\neq0)$ існує *єдина* пара чисел q і r, для яких виконується рівність $a=b\cdot q+r$, де $0\leqslant r<b$. Число a називають діленим, число b — дільником, число q — *неповною* часткою, а число r — остачею. Числа, які в результаті ділення на число b дають в остачі r, мають вигляд $b\cdot q+r$.

Найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне

Нехай a і b — *натуральні* числа, кожне з яких ділиться на натуральне число d. Тоді число d називають спільним дільником чисел a і b. Серед усіх спільних дільників чисел a і b існує найбільший. Його називають *найбільшим спільним дільником* чисел a і b й позначають НСД$(a;b)$.

Число 1 є спільним дільником будь-яких двох натуральних чисел. Якщо інших спільних дільників числа a і b не мають, то ці числа називають *взаємно простими*. НСД взаємно простих чисел дорівнює 1.

Натуральне число називають *простим*, якщо воно має лише два дільники: 1 і саме це число. Якщо натуральне число має більше двох дільників, то його називають *складеним*. Число 1 не є ні простим, ні складеним, оскільки має лише один дільник — 1.

Нехай a і b — *натуральні* числа, *на* кожне з яких ділиться натуральне число K. Тоді число K називають спільним кратним чисел a і b. Серед усіх спільних кратних чисел a і b існує найменше. Його називають *найменшим спільним кратним* чисел a і b і позначають $НСК(a; b)$.

Ознаки подільності

- На 2 діляться лише ті числа, остання цифра яких є парною;
- на 3 діляться лише ті числа, сума цифр яких ділиться на 3;
- на 5 діляться лише ті числа, остання цифра яких 0 або 5;
- на 9 діляться лише ті числа, сума цифр яких ділиться на 9;
- на 10 діляться лише ті числа, остання цифра яких 0.

Застосовуємо теорію

Тренувальні вправи

1 Серед чисел $-5; 0; -4{,}1; \frac{3}{7}; \frac{35}{5}; 81; 92\frac{1}{3}; -\frac{64}{4}$ назвіть:

1) натуральні; 2) цілі числа, що не є натуральними; 3) раціональні числа, що не є цілими.

Відповідь: 1) $81; \frac{35}{5}=7$; 2) $-5; 0; -\frac{64}{4}=-16$; 3) $-4{,}1; \frac{3}{7}; 92\frac{1}{3}$.

2 Укажіть усі натуральні числа, що належать проміжку:
1) $[4;8]$; 2) $[-1;3]$; 3) $[12{,}3;15)$; 4) $(23;27)$.
Відповідь: 1) 4, 5, 6, 7, 8; 2) 1, 2, 3; 3) 13, 14; 4) 24, 25, 26.

3 Укажіть усі цілі числа, що належать проміжку:
1) $(-1;2)$; 2) $(-3;2]$; 3) $[-2{,}1;3{,}2]$; 4) $[-4{,}2;0)$.
Відповідь: 1) 0, 1; 2) −2, −1, 0, 1, 2; 3) −2, −1, 0, 1, 2, 3; 4) −4; −3; −2; −1.

4 Укажіть найменше ціле число, що належить проміжку:
1) $(-2;+\infty)$; 2) $[1{,}2;+\infty)$; 3) $[-3;+\infty)$; 4) $(-11{,}7;-9{,}3)$.
Відповідь: 1) −1; 2) 2; 3) −3; 4) −11.

5 Укажіть найбільше ціле число, що належить проміжку:
1) $(-\infty;-2)$; 2) $(-\infty;-6{,}6]$; 3) $(-11{,}7;-9{,}3)$; 4) $[-5{,}2;4]$.
Відповідь: 1) −3; 2) −7; 3) −10; 4) 4.

6 Серед чисел 2; 13; 28; 51; 37; 63; 39 назвіть:
1) прості числа; 2) складені числа.
Відповідь: 1) 2; 13; 37; 2) 28; 51; 63; 39.

7 Серед чисел 6477; 7245; 45 783; 3260; 68 220 укажіть такі, що діляться націло:
1) на 3; 2) на 5; 3) на 9; 4) на 2.
Відповідь: 1) 6477; 7245; 45 783; 68 220; 2) 7245; 3260; 68 220; 3) 7245; 68 220; 4) 3260; 68 220.