

Г.М. Возняк

О.Г. Возняк

АЛГЕБРА В ПРИКЛАДАХ І ЗАДАЧАХ

7 клас



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

ББК 22.3я721
В64

Передмова

Не опускайте рук, займіться математикою і ви прозрієте душею...

М. Кравчук

Рецензенти:

Гула Р.Б. — методист Бродівського районного відділу освіти Львівської області;
Калита Г.М. — учитель математики Радеківської загальноосвітньої школи №1 Львівської області; учитель-методист

Возняк Г.М., Возняк О.Г.

В64 Алгебра в прикладах і задачах. 7 кл. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2012. — 112 с.

ISBN 978-966-10-2729-8

У посібнику стисло викладено теоретичний матеріал з алгебри, містяться зразки розв'язування задач і вправ та задачі для тренування і закріплення теоретичного програмного матеріалу.

Для вчителів та учнів 7 класів.

ББК 22.3я721

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути використана
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

Дорогі семикласники!

Перед вами посібник, який покликаний допомогти вам вивчати новий навчальний предмет — алгебру. До цього часу ви мали справу в основному з обчисленнями, які виконували над конкретними числами. Ви ознайомилися з правилами і прийомами таких обчислень, навчилися виконувати чотири математичні дії (операції) з цілими і дробовими числами. Ці та інші відомості, що стосуються чисел, вивчає галузь математики, яка називається арифметикою. На відміну від арифметики, в алгебрі числа записують не лише за допомогою цифр, але в багатьох випадках позначають буквами. Алгебра вивчає правила перетворення виразів, складених із чисел, букв, знаків математичних дій. Вивчаючи алгебру, ви ознайомитеся з новими математичними операціями, а також поняттями, без яких не можна уявити не лише математики, але й більшості наук, навіть далеких від неї. Протягом усієї історії становлення і розвитку алгебри як самостійної галузі математики важливим предметом її вивчення були рівняння. У процесі вивчення алгебри ваші знання про рівняння значно розширяться. Ви ознайомитеся з багатьма новими видами рівнянь і способами їх розв'язування, дізнаєтесь багато цікавого про історію відкриття цих способів, нелегку, а часом і трагічну долю вчених, які ці відкриття здійснили.

Отже, попереду у вас захоплююча подорож у світ алгебри. Здолати всі труднощі цієї подорожі вам допоможе посібник.

Посібник складається з 5-ти параграфів, а кожний параграф — з пунктів, відповідним чином пронумерованих. Так, запис 2.11 означає: 11-й пункт другого параграфа. Кожний пункт містить теоретичний матеріал, поданий стисло і який відповідає чинній програмі з алгебри, а також практичні задачі та завдання для засвоєння теоретичного матеріалу.

На рівень складності пропонує задачі і вправ указують умовні позначки: знак ° біля номера завдання позначає вправи, що відповідають початковому і середньому рівням; * — вправи високого рівня навчальних досягнень. Якщо ж біля номера немає спеціального позначення, то ця вправа відповідає достатньому рівню.

Автори

ISBN 978-966-10-2729-8

© Навчальна книга — Богдан,
майнові права, 2012

Календарне планування

| № уроку | Назва теми | № задач | Кількість годин |
|--|---|----------------------------|-----------------|
| I СЕМЕСТР | | | |
| Тема 1. Лінійні рівняння з однією змінною | | | 9 |
| 1 | Рівняння. Розв'язування рівнянь. Властивості рівнянь | 1–15 | 1 |
| 2 | Лінійні рівняння з однією змінною | 16–28 | 1 |
| 3–4 | Розв'язування лінійних рівнянь | 29–42 | 2 |
| 4–6 | Розв'язування задач за допомогою лінійних рівнянь. Вираження за даними умови задачі одних числових значень через інші | 43–70 | 2 |
| 7–8 | Рівняння як математична модель задачі | 71–80 | 2 |
| 9 | Контрольна робота №1 | Завдання для самоперевірки | 1 |
| Тема 2. Цілі вирази | | | 47 |
| 10 | Вирази зі змінними. Цілі раціональні вирази. Числове значення виразу | 81–100 | 2 |
| 11 | Тотожні вирази. Тотожність. Тотожні перетворення виразів. Доведення тотожностей | 101–112 | 1 |
| 12 | Степінь з натуральним показником | 113–129 | 1 |
| 13–14 | Властивості степеня з натуральним показником | 130–146 | 2 |
| 15–17 | Одночлен. Стандартний вигляд одночлена. Піднесення одночлена до степеня. Множення одночленів | 147–170 | 3 |
| 18 | Контрольна робота №2 | Завдання для самоперевірки | 1 |
| 19 | Многочлен. Подібні члени многочлена та їхнє зведення | 171–186 | 1 |

| № уроку | Назва теми | № задач | Кількість годин |
|-------------------|---|----------------------------|-----------------|
| 20–21 | Додавання та віднімання многочленів | 187–207 | 2 |
| 22 | Множення одночлена на многочлен | 208–225 | 1 |
| 23–25 | Множення многочлена на многочлен | 226–239 | 3 |
| 26–28 | Розкладання многочлена на множники способом винесення спільного множника за дужки | 240–261 | 3 |
| 29–31 | Розкладання многочленів на множники способом групування | 262–287 | 3 |
| 32 | Контрольна робота №3 | Завдання для самоперевірки | 1 |
| 33 | Добуток різниці двох виразів на їхню суму | 288–303 | 1 |
| 34–37 | Квадрат суми і квадрат різниці двох виразів | 304–316 | 4 |
| 38–39 | Розкладання на множники різниці квадратів двох виразів | 317–327 | 2 |
| 40–42 | Розкладання многочленів на множники з використанням формул $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ | 328–345 | 3 |
| 43–45 | Застосування кількох способів перетворення виразів | 346–358 | 3 |
| 46 | Контрольна робота №4 | Завдання для самоперевірки | 1 |
| 47–48 | Розв'язування вправ | 359–366 | 2 |
| II СЕМЕСТР | | | |
| 49–51 | Сума і різниця кубів | 367–380 | 3 |
| 52–55 | Застосування кількох способів перетворення виразів | 381–397 | 3 |
| 56 | Контрольна робота №5 | Завдання для самоперевірки | 1 |

297. Доведіть, що значення виразів не залежать від значення змінної x :

а) $(7-x)(7+x) + x^2$; б) $0,7 + x^2 - (x + 0,5)(x - 0,5)$;
 в) $(x+3)(x-3) - x(x-3) - 3x$; г) $-x(x+64) + 64x + (8+x)(x-8)$.

298*. Якщо кожну з двох протилежних сторін квадрата збільшити на 3 см, а кожну з двох інших – зменшити на 3 см, то дістанемо прямокутник. Площа якої фігури більша? На скільки?

299*. Як зміниться площа квадрата, якщо одну його сторону збільшити на 4 см, а другу, суміжну з нею, зменшити на стільки ж?

Розв'яжіть рівняння (300, 301).

300. а) $(x-4)(x+4) = 0$; б) $x^2 - 25 = 0$; в) $36 - x^2 = 0$.

301. а) $1,44 - x^2 = 0$; б) $\frac{4}{9} - x^2 = 0$; в) $\frac{25}{36} - x^2 = 0$.

302*. Заповніть пропущені місця відповідними одночленами так, щоб утворилися тотожності:

а) $(4a + \dots)(\dots - 7b) = 16a^2 - 49b^2$;

б) $(\dots + 5b)(\dots - 5b) = 49x^2 - \dots$;

в) $(2x - \dots)(\dots + \dots) = 4x^2 - 0,64y^2$;

г) $(0,4x - \dots)(0,4x + \dots) = \dots - \frac{4}{9}y^2$;

р) $\left(\dots + \frac{1}{2}y\right)(x - \dots) = x^2 - \frac{1}{4}y^2$.

303. Розв'яжіть рівняння:

а) $(x-7)(x+7) = x^2 + 2x$; б) $2y - y^2 = (3-y)(3+y)$;

в) $(12-x)(12+x) = 4x - x^2$; г) $(14+x)(14-x) = 7x - x^2$.

2.13. Квадрат суми і квадрат різниці двох виразів

304. Запишіть у вигляді многочленів вирази:

а) $(m+n)(c+d)$; б) $(k-n)(k+n)$;

в) $(m+n)(m+n)$; г) $(m-n)(m-n)$.

305. Чи тотожні вирази:

а) $(a+b)(c+d)$ і $ab + ad + bc + bd$;

б) $(a+b)(a+b)$ і $a^2 + 2ab + b^2$;

в) $(a-b)(a-b)$ і $a^2 - 2ab + b^2$?

Формули, наведені нижче, читаються так:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

(квадрат суми двох виразів) = (квадрату першого виразу плюс подвоєний добуток першого на другий, плюс квадрат другого виразу);

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

(квадрат різниці двох виразів) = (квадрату першого виразу мінус подвоєний добуток першого на другий, плюс квадрат другого виразу).

306°. Запишіть вирази у вигляді многочленів:

а) $(m+x)^2$, $(x+d)^2$, $(c-y)^2$; б) $(n-y)^2$, $(2-y)^2$, $(x-5)^2$;

в) $(0,5-x)^2$, $(x-0,4)^2$, $\left(\frac{3}{4}-x\right)^2$; г) $(0,1-x)^2$, $(-x+0,1)^2$, $(-x-0,1)^2$;

р) $(x^2+x)^2$, $(x^2-x)^2$, $(-x^2-x)^2$; д) $(x^3+1)^2$, $(-x^2+1)^2$, $(-x^3-1)^2$;

е) $(x^2+x^3)^2$, $(x^3-x^2)^2$, $(-x^3-x^2)^2$; ж) $(4x+3x^2)^2$, $(3x^2-4x)^2$, $(-3x-4x^2)^2$;

з) $\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{7}x\right)^2$, $(25-x)^2$, $(40-25x)^2$.

307. Обчисліть, скориставшись формулою квадрата двочлена:

а) 102^2 ; б) 103^2 ; в) 97^2 ; г) 1002^2 ;

р) 998^2 ; д) $99,6^2$; е) $1000,4^2$; ж) $999,7^2$.

308. Знайдіть помилки і виправте їх:

а) $(a^n + 1)^2 = a^{2n} + 2a^n + 1$;

б) $(x+y)^2 = x^2 + y^2$;

в) $(2^n + 3^n)^2 = 4^n + 6^n + 9^n$;

г) $(4+x)(3-3x) = 12 - 9x - 3x^2$;

р) $(x-y)^2 = x^2 - y^2$;

д) $(2a+3b)(4x+4y) = 8ax + 12by$.

309. Замініть зірочки одночленами, щоб утворилися тотожності:

а) $(* + y)^2 = * + 2ay + y^2$;

б) $(4x - *)^2 = * - * + y^2$;

в) $(x - *)^2 = * - 6x + *$;

г) $* + 24a + * = (4a + *)^2$;

р) $(2x^3 + *)^2 = * + 20x^3y^4 + *$.

310°. Доведіть тотожності:

а) $(m-n)^2 = (n-m)^2$;

б) $(a+b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$;

в) $(-a-b)^2 = (a+b)^2$;

г) $(c-d)^2 = (c+d)^2 - 4cd$;

р) $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$;

д) $(a-b)^2 + 2ab = a^2 + b^2$;

е) $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$.

сторони прямокутника і його площу. Накресліть три прямокутники, які задовольняли б умову задачі.

595. Упродовж робочого дня робітники мали виготовити певну кількість деталей. Однак на роботу з'явилося на 2 робітники менше, тому кожному з них довелося виготовляти на 8 деталей більше. Якби на роботу не з'явився один робітник, то кожному працюючому довелося б виготовляти на 3 деталі більше. Скільки деталей потрібно було виготовляти за зміну?
- 596*. Відстань від річки до турбази туристи сподівалися пройти за 6 год. Протягом 2 год вони йшли з наміченою швидкістю, а потім зменшили її на 0,5 км/год, тому запізнилися на турбазу на 30 хв. З якою швидкістю йшли туристи спочатку?
- 597*. Якщо кожному учню дати по 4 зошити, то залишаться 12 зошитів, якщо ж давати по 5 зошитів, то не вистачить зошитів для 7 учнів. Скільки було зошитів і учнів?
- 598*. Для розв'язування задачі про рух двох автомобілів склали таке рівняння: $5x = (x - 10) \cdot 6$. Складіть задачу і розв'яжіть її.
- 599*. Складіть задачу про рух двох велосипедистів, яка б розв'язувалася за допомогою такого рівняння: $\frac{x}{10} - \frac{x}{15} = 1$.
- 600*. Як жердинами завдовжки 4 м і 3 м, не розрізаючи їх, обгородити прямокутну ділянку, периметр якої 140 м?
- 601*. У швейному цеху є 38 м тканини. На пошиття піжами потрібно 4 м тканини, а на пошиття халата — 3 м. Скільки піжам і халатів можна пошити із цієї тканини?
- 602*. Велосипедист мав проїхати дану відстань за певний час. Через негоду йому довелося їхати на 1 год довше зі швидкістю, меншою на 3 км/год. Цю відстань він проїхав би на 1 год швидше, якби його швидкість була на 5 км/год більшою. Яку відстань мав проїхати велосипедист?
- 603*. Поживність 1 кг сіна 0,42 кормових одиниць, а силосу — 0,20: сіно містить 85% сухої речовини, а силос — 27%. Скільки слід давати корові кожного дня сіна і скільки силосу, якщо вона має одержувати 6 кормових одиниць і 9 кг сухої речовини?

Вігповігі

6. а) -2,6; б) -1,4; в) -1,4; -6,6; г) 6,6; і) 6,6; 1,4; д) -0,4; -7,6. **14.** 8 дм². **24.** а) 4; б) 7; в) 3; г) -0,375. **25.** а) 72; б) 96; в) -85; г) 0. **26.** а) 1; б) -0,25; в) -3,5; г) 2,8.
- 30.** г) 5; д) -421. **31.** і) 29,5; д) $-1\frac{1}{3}$. **32.** а) $-\frac{5}{7}$; б) $1\frac{2}{7}$; в) -3; г) -1; і) 1; д) 0.
- 37.** в) -19,99. **38.** 2. **39.** -1. **40.** $\frac{1}{8}$. **41.** -16. **53.** 25 грн, 75 яблунь, 20 слив.
- 54.** 20, 25, 50 книжок. **55.** 25 см; 31 см; 50 см. **56.** 70 т, 140 т. **57.** 17,5 км/год. **58.** 12 мішків, 18 мішків. **59.** 15,4 га. **60.** 7 т. **61.** 10 днів. **62.** 34 учні, 6 лавок. **63.** 240 км; 11 год. **64.** 10 дощок. **65.** 1691-1803 рр. **66.** 320 м, 16 м/с. **69.** а) 8 см; б) 8 см; в) $\approx 11,4$ см; г) 12 см. **80.** а) $\approx 941,2$ кг і $\approx 571,4$ кг; б) 17,5 км; в) 1332 т.
- Вказівка.* $3,9m = 3,6(m + 111)$. **94.** $\approx 27,6$ °C. **95.** 318,24 кг. **138.** а) 49; б) 2; в) 2,5; г) $\frac{1}{7}$;
- і) $\frac{1}{3 \cdot 5}$; д) $2 \cdot 10^5$. **142.** а) 55; б) -125; в) 224; г) $\frac{7}{8}$. **164.** $1,04ab$ т. **165.** $24,75a^3$ кг.
- 166.** $42\ 000a^2h$ т. **199.** а) 0,32; б) 18. **218.** а) $-6a - 21b$; б) $17a^2 - 53ab + 90b^2$. **219.** а) $0,4a^2x + 5x^2 - 10,4x$; б) $-9,2a^2 + 1,7a$; в) $-50ax - 32a + 18x$. **236.** а) 0,81; б) -1,92. **237.** а) 1,2. **238.** а) 16; б) -30; в) -64; г) 125. **255.** в) 12; д) $12m$. **259.** а) 1,75; б) 82. **277.** $144\ m^2$. **278.** $1024\ m^2$. **279.** $4\ m^2$. **280.** $360\ cm^2$. **281.** $80\ m^2$. **292.** 1. **298.** На $9\ cm^2$. **332.** *Вказівка.* б) $(38,3 - 8,3)^2$. **345.** *Вказівка.* $c^2 = 4S_{\Delta} + (a - b)^2$. **374.** а) -0,5; в) 0,01. **375.** б) 5. **376.** а) 10,64; б) 19,71; г) 7,625; і) 0,216.
- 383.** *Вказівка.* $a^3 - a = a(a - 1)(a + 1)$. **387.** а) $a^4 + a^3 + a$; в) 4. **394.** *Вказівка.* $16^5 = 2^{20}$. **414.** 3, якщо $x = -2$ і $x = 3$. **428.** б) $y = -27 - 0,3x$. **438.** $b = 5$. **446.** $k = 2$.
- 471.** *Вказівка.* Слід розглянути рівняння $30x + 40y = 190$. **497.** а) (-1; 1); г) (4; 2). **498.** б) (1; -1); г) (0,25; 1). **499.** а) (34; 22/7); в) (3; 4). **500.** а) (0; -1); г) (-2; -3). **501.** і) (-1; 0). **502.** б) (18,2; 4,6); г) (1; -1). **504.** (11; -1). **512.** а) (4; 3). **513.** а) (60; 30); г) (-0,25; 0); д) (0,2; 0). **515.** а) (4; 2); г) (4; 1/3). **516.** а) (-1,25; -15). **517.** а) (8; 9); г) (5; 8). **518.** $k = 4/3$; $p = 4/3$. **519.** $k = -2$; $p = 1$. **520.** (-2; 6). **521.** (-14; 6). **525.** 50 г, 30 г. **526.** 25 км/год; 5 км/год. **527.** 60 к., 30 к. **528.** 20 грн., 25 грн. **529.** 6 кг, 9 кг. **530.** 200; 300. **531.** 81,6 м, 68 м. **532.** 20 гусей, 30 кролів. **533.** 32 учні, 21 парт. **534.** 30 ц, 32,4 ц. **535.** 19 га, 17 га. **536.** 17 дм, 11 дм. **537.** 40 км/год, 3 год. **538.** 8 робітників, 6 днів. **539.** 8 робітників, 10 днів. **540.** 41° і 49° . **541.** 56° ; 56° ; 68° . **542.** 20 см, 10 см. **543.** 36° , 72° . **545.** 14 і 8. **546.** 50° , 60° , 70° . **547.** 75. **548.** 40 т, 100 т. **549.** 150 т, 200 т. **550.** 1,2 кг, 0,8 кг. **562.** а) -12; б) 1220; в) 0. **568.** 6. **569.** 1,4. **571.** а) 4; г) -4 і 2. **573.** а) 2/3; б) 2. **574.** а) 2; б) 2. **576.** а) (-5; 3); б) $v = 4$; $u = 0$. **577.** $k = 2,5$. **578.** $k = 2,5$. **581.** 130 т, 160 т, 110 т. **583.** 40 км/год, 30 км/год. **584.** 150 км. **585.** 21 см, 63 см. **586.** 20 см, 30 см. **589.** 14 р. і 50 р. **590.** 50 га. **591.** 12 км/год. **592.** 10 см. **593.** 2 кг. **594.** 12 см, 5 см. **595.** 60 деталей. **597.** 200 зошитів, 47 учнів. **600.** *Вказівка.* Розглянути рівняння $4x + 3y = 140$, x і y — натуральні числа. **602.** 60 км. **603.** $\approx 3,2$ кг; $\approx 23,3$ кг.

Зміст

| | |
|--|-----------|
| Передмова | 3 |
| Календарне планування | 4 |
| Тема 1. Лінійні рівняння з однією змінною | 7 |
| 1.1. Рівняння. Розв'язування рівнянь. Властивості рівнянь | 7 |
| 1.2. Лінійні рівняння з однією змінною | 9 |
| 1.3. Розв'язування лінійних рівнянь | 13 |
| 1.4. Розв'язування задач за допомогою лінійних рівнянь. Вираження за даними умови задачі одних числових значень через інші | 14 |
| 1.5. Рівняння як математична модель задачі | 19 |
| Завдання для самоперевірки | 22 |
| Тема 2. Цілі вирази | 25 |
| 2.1. Вирази зі змінними. Цілі раціональні вирази. Числове значення виразу | 25 |
| 2.2. Тотожні вирази. Тотожність. Тотожні перетворення виразів. Доведення тотожностей | 28 |
| 2.3. Степінь з натуральним показником | 30 |
| 2.4. Властивості степеня з натуральним показником | 32 |
| 2.5. Одночлен. Стандартний вигляд одночлена. Піднесення одночлена до степеня. Множення одночленів | 35 |
| Завдання для самоперевірки | 39 |
| 2.6. Многочлен. Подібні члени многочлена та їхнє зведення | 42 |
| 2.7. Додавання і віднімання многочленів | 44 |
| 2.8. Множення одночлена на многочлен | 47 |
| 2.9. Множення многочлена на многочлен | 49 |
| 2.10. Розкладання многочленів на множники способом винесення спільного множника за дужки | 51 |
| 2.11. Розкладання многочленів на множники способом групування | 53 |
| Завдання для самоперевірки | 56 |
| 2.12. Добуток різниці двох виразів на їхню суму | 58 |
| 2.13. Квадрат суми і квадрат різниці двох виразів | 60 |
| 2.14. Розкладання на множники різниці квадратів двох виразів | 62 |
| 2.15. Розкладання многочленів на множники з використанням формул $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ | 64 |
| 2.16. Застосування кількох способів перетворення виразів | 65 |
| Завдання для самоперевірки | 67 |

| | |
|--|------------|
| 2.17. Розв'язування вправ | 69 |
| 2.18. Сума і різниця кубів | 70 |
| 2.19. Застосування кількох способів перетворення виразів | 71 |
| Завдання для самоперевірки | 73 |
| Тема 3. Функції | 76 |
| 3.1. Поняття функції. Область визначення функції. Область значень функції | 76 |
| 3.2. Способи задання функції | 79 |
| 3.3. Графік функції | 80 |
| 3.4. Лінійна функція | 83 |
| 3.5. Окремі види лінійної функції | 84 |
| Завдання для самоперевірки | 87 |
| Тема 4. Система лінійних рівнянь з двома змінними | 88 |
| 4.1. Лінійне рівняння з двома змінними та його графік | 88 |
| 4.2. Графіки окремих видів лінійних рівнянь з двома змінними | 90 |
| 4.3. Система двох лінійних рівнянь з двома змінними. Графічний спосіб розв'язування | 91 |
| 4.4. Розв'язування систем лінійних рівнянь способом підстановки | 93 |
| 4.5. Розв'язування систем лінійних рівнянь способом додавання | 95 |
| 4.6. Розв'язування задач за допомогою систем лінійних рівнянь | 98 |
| Завдання для самоперевірки | 101 |
| Тема 5. Повторення і систематизація навчального матеріалу | 104 |
| 5.1. Цілі вирази. Розв'язування рівнянь і систем рівнянь | 104 |
| 5.2. Розв'язування текстових задач | 106 |
| Відповіді | 109 |



Навчальне видання

ВОЗНЯК Григорій Михайлович
ВОЗНЯК Ольга Григорівна

АЛГЕБРА В ПРИКЛАДАХ І ЗАДАЧАХ

7 КЛАС

Головний редактор *Богдан Будний*
Редактор *Володимир Дячун*
Художник *Ростислав Крамар*
Комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*

Підписано до друку 02.06.2012. Формат 60×84/16. Папір друкарський.
Гарнітура SchoolBook. Умовн. друк. арк. 7,91. Умовн. фарбо-відб. 7,91.

Видавництво "Навчальна книга – Богдан"
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців
ДК №370 від 21.03.2001 р.

Навчальна книга – Богдан, а/с 529, м.Тернопіль, 46008
тел./факс (0352) 52-06-07; 52-05-48; 52-19-66; (067) 350-18-70
publishing@budny.te.ua, office@bohdan-books.com
www.bohdan-books.com

ISBN 978-966-10-2729-8



9 | 789661 | 027298