

Григорій Возняк
Ольга Возняк

МАГІЧНІ ФІГУРИ ТА АЛГЕБРАЇЧНІ ВИРАЗИ

7 – 9 КЛАСИ



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА – БОГДАН

УДК 74.262.21
ББК 22.1я72
В53

Рецензенти:

старший викладач кафедри математики, фізики та інформатики
Кременецького гуманітарно-педагогічного інституту ім. Тараса Шевченка
Скакальська М.С.
методист Бродівського районного відділу освіти Львівської області
Гула Р.Г.

Возняк Г., Возняк О.
В53 Магічні фігури та алгебраїчні вирази. 7–9 класи. —
Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2012. — 48 с.

ISBN 978-966-10-1929-3

Посібник містить завдання, пов'язані з розв'язуванням магічних квадратів, трикутників, прямокутників, складанням цікавих рівнянь, нерівностей, з іграми про відгадування невідомих чисел.

Такі завдання та подані розв'язання сприяють формуванню в учнів уявлення про поняття і методи математики, а також поглибленню програмного матеріалу, розвитку логічного мислення і просторового уявлення.

Для вчителів та учнів загальноосвітніх шкіл, ліцеїв, гімназій.

ББК 22.1я72

Навчальне видання

ВОЗНЯК Григорій Михайлович
ВОЗНЯК Ольга Григорівна

МАГІЧНІ ФІГУРИ ТА АЛГЕБРАЇЧНІ ВИРАЗИ. 7–9 КЛАСИ

Головний редактор *Богдан Будний*
Редактор *Володимир Дячун*
Художник обкладинки *Володимир Басалига*
Дизайн та комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*

Підписано до друку 1.02.2012. Формат 60×84/16. Папір офсетний.
Гарнітура Century SchoolBook. Умовн. друк. арк. 4,65. Умовн. фарбо-відб. 4,65.

Видавництво "Навчальна книга – Богдан"
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців
ДК №370 від 21.03.2001 р.

Навчальна книга – Богдан, а/с 529, м.Тернопіль, 46008
тел./факс (0352) 52-06-07; 52-05-48; 52-19-66; (067) 350-18-70
publishing@budny.te.ua, office@bohdan-books.com
www.bohdan-books.com

ISBN 978-966-10-1929-3

© Навчальна книга – Богдан,
майнові права, 2012

ПЕРЕДМОВА

У посібнику розміщені завдання, які сприяють формуванню в учнів уявлень про деякі поняття і методи математики, а також поглибленню програмного матеріалу, розвитку логічного мислення і просторового уявлення учнів. Цей матеріал має пізнавальне значення, він сприяє виробленню в учнів таких важливих якостей, як спостереження, вміння зіставляти й порівнювати факти, робити узагальнення, озброює учнів навичками розумової діяльності, прийомами мислення, зокрема такими, як аналогія, виділення основного.

Вправи, поміщені у посібнику, стимулюють до розвитку і зміцнення учнівських інтересів. Елементи несподіваності і новизни завжди привертають увагу учнів. І вони з інтересом слухають розповіді учителя, працюють з великим емоційним піднесенням. Здивовані учні наперебій запитують учителя, як йому так швидко вдається зробити обчислення. Учні цікавлять, як вчитель «відгадує» отриманий результат.

В основу цих завдань закладено принцип, за яким дитячий словниковий запас збагачується новими математичними термінами природним шляхом.

Задачі згруповано за певними ідеями і методами розв'язування, задачі кожного параграфу подаються в порядку зростання складності.

Перш ніж розпочинати з учнями розв'язування завдань певної групи, треба ознайомитися з методичними прийомами, які подані в посібнику.

ВСТУП

Фігурні числа

В будівництві споруд давнини — пірамід, палаців, храмів — використовувалися плити та цегла, гранями яких були трикутники, чотирикутники, квадрати і деякі інші фігури. З цими фігурами людина зустрічалася і при вимірюванні земельних ділянок. Ознайомлюючись з різними геометричними фігурами, люди стали помічати їхні загальні властивості. Так поступово почала створюватися геометрія — наука про фігури. Геометрія досягла великого розвитку в Стародавній Греції в школі Піфагора (VI — V ст. до н.е.).

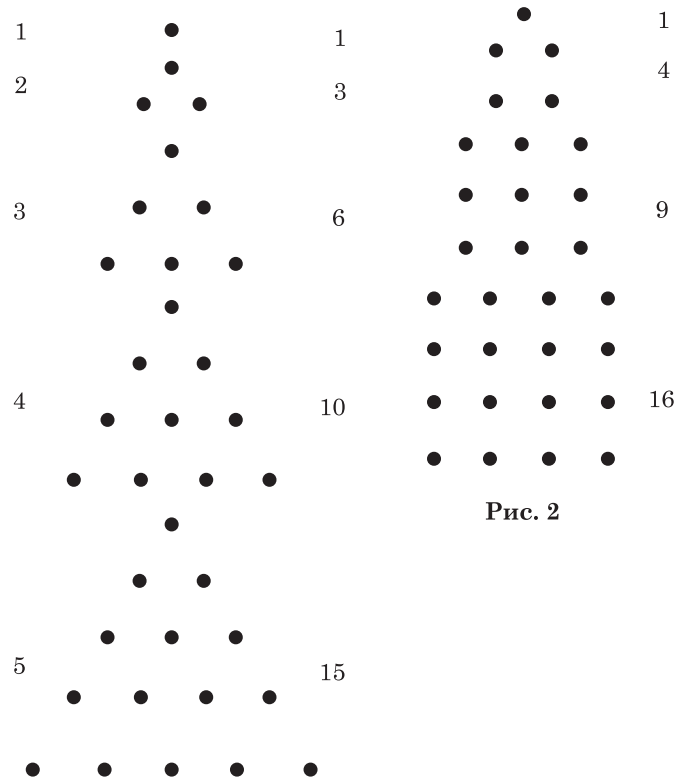


Рис. 1

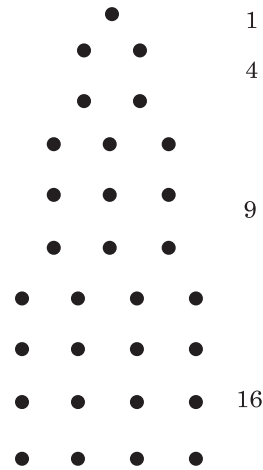


Рис. 2

Піфагори і його учні розвивали не тільки геометрію, але й арифметику, причому їхнє вчення про числа тісно перепліталось із вченням про геометричні фігури. Піфагорівці складали з камінців різні фігури, зображали числа у вигляді точок, групуючи їх в геометричні фігури (рис. 1, 2).

Таке представлення чисел полегшувало піфагорійцям вивчати властивості чисел. Числа, які представляли за допомогою геометричних фігур, отримали назву фігурні. Фігурні числа зустрічалися не тільки в піфагорівців, але й в інших грецьких учених: Ератосфена, (276 – 194 рр. до н.е.), Нікомаха (I ст.), Діофанта (III ст.). Фігурними числами займалися також індійські математики.

Найпростішими із фігурних чисел є трикутні числа: 1; 3; 6; 10; 15; 21; ...

На рис. 3 ці числа зображені точками на сторонах трикутника.

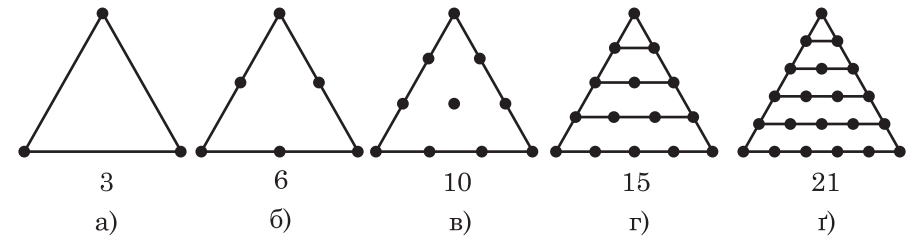


Рис. 3

Послідовність трикутних чисел можна легко скласти із натуральних чисел наступним чином:

1;	2;	3;	4;	5;	6;
1;	3;	6;	10;	15;	21; ...
	↓	↓	↓		
	1+2	1+2+3	1+2+3+4		

Квадратними числами називають числа:

1;	4;	9;	16;	...
1	2 · 2	3 · 3	4 · 4;	...

тобто квадрати натуральних чисел: 1; 2; 3; ...

На рис. 4 кількість точок зображає число одиничних квадратів, які містяться в інших квадратах, і відповідає площам квадратів.

В одному із стародавніх рисунків II ст. до н.е. поміщена фігура, зображена на рис. 5.

Це стародавня геометрична фігура, яку називають *магічним (чарівним) квадратом*. Цей квадрат у сучасному вигляді зображено на

	x^9y^{13}	
x^6y^7	x^5y^5	$x^{10}y^{15}$

а)

$\frac{1}{4}x^3y^2$	$8x^{13}y^7$	$4x^{11}y^6$
	$2x^9y^5$	

б)

x^4y		$\frac{1}{4}x^2y$
	$2x^5y$	
		$4x^6y$

в)

Рис. 35

14. Половину шляху кінч біг зі швидкістю 12 км/год. Решту шляху він йшов, з вантажем, зі швидкістю 4 км/год. Яка середня швидкість руху коня?

15. Помножьте свою улюблену цифру на 9 і знайдений добуток помножьте на восьмицифрове число 12345679. Доведіть, що одержане число буде записане тільки твоєю улюбленою цифрою.

16. Розгляньте прямокутник на рис. 36, а). Потім заповніть клітинки прямокутників на рис. 36, б) і в) за тією самою закономірністю.

$2a^2$	$2,5a$	$5a^3$
$3a$	$4a^2$	$12a^3$
$6a^3$	$10a^3$	$60a^3$

а)

$5,2a^2b$	$5a^2b^2$	
$4,5ab$	$2,2a^2b$	

б)

$6a^3b$		$24a^5b^4$
$6ab$		$12a^4b^4$

в)

Рис. 36

17. Розгляньте трикутник, на сторонах якого розміщені одночлени. Знайдіть добуток одночленів, розміщених на сторонах трикутника (рис. 37, а). Заповніть пропуски одночленів за тією самою закономірністю на рис. 37, б) і в).

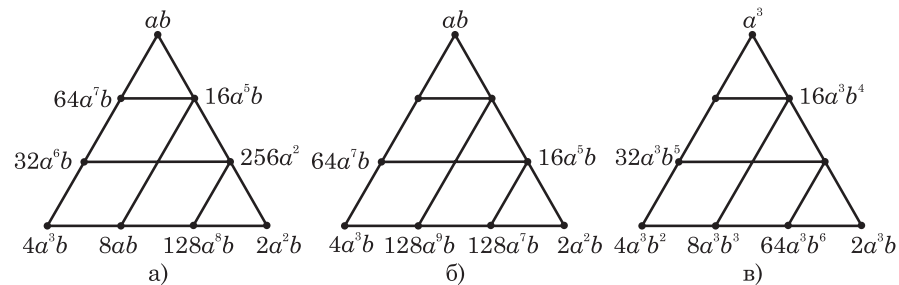


Рис. 37

18. Заповніть пропуски одночленами на сторонах трикутників так, щоб добуток одночленів біля кожної сторони трикутника був однаковим (рис. 38).

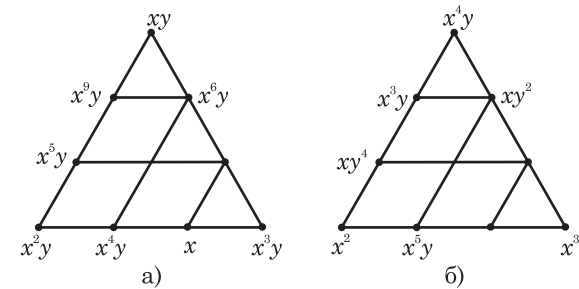


Рис. 38

4.3. Сума і різниця многочленів

19. Розгляньте прямокутник на рис. 39, а). Потім заповніть клітинки прямокутників на рис. 39, б) і в) за тією самою закономірністю.

$a + 2d$	$a + 7d$	$a + 6d$
$a + 9d$	$a + 5d$	$a + d$
$a + 4d$	$a + 3d$	$a + 8d$

а)

$2a + 2d$	$7(a + d)$	$6(a + d)$
	$5(a + d)$	

б)

	$a + d$	
$a + 5d$	$a + 9d$	$a + 13d$
$a + 7d$		

в)

Рис. 39

20. Заповніть порожні клітинки прямокутників так, щоб суми всіх двочленів у кожній вертикалі, горизонталі й діагоналі були однаковими (рис. 40).

	x	$6x + 5d$
	$5x + 4d$	
$4x + 3d$		

а)

$x^2 + 3d$		
	$x^2 + 4d$	
	x^2	$x^2 + 5d$

б)

		$x^2 + d$
$x^2 - 2d$	x^2	$x^2 + 2d$

в)

Рис. 40

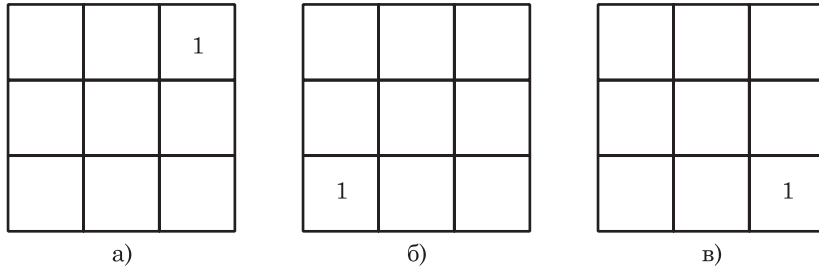


Рис. 79

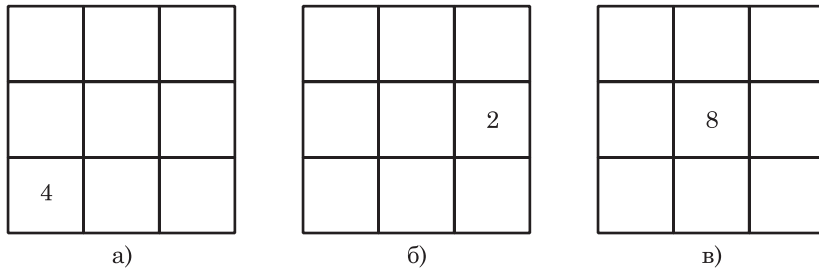


Рис. 80

78. Заповніть пропуски біля сторін трикутника так, щоб добуток усіх чисел, розміщених біля кожної сторони, був однаковим (рис. 81). Запишіть всі дев'ять чисел у зростаючому порядку. Знайдіть добуток усіх чисел у вигляді степеня.

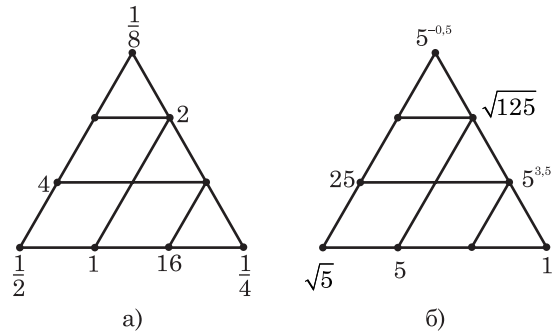
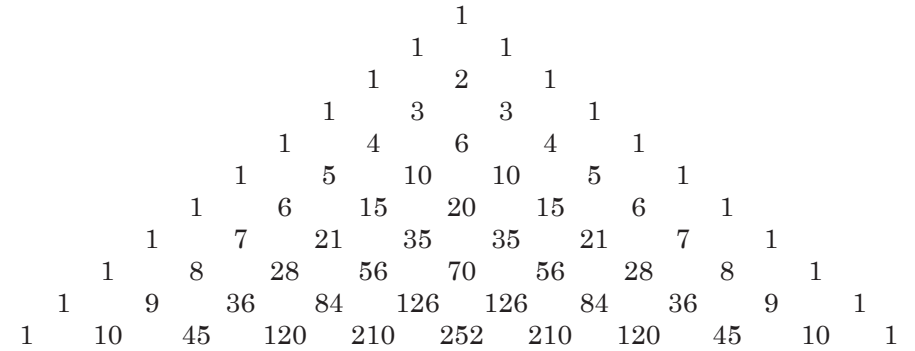


Рис. 81

79. Трикутником Паскаля називається нескінченна числова таблиця. Вона приховує найрізноманітніші числові залежності:



а) Виведіть формулу для суми чисел у кожному ряді трикутника Паскаля.
 б) Чому дорівнює ця сума, якщо числа, які стоять на парних місцях, брати із знаком мінус?

80. Задача французького математика Ніколя Орема (1323–1382). Обчисліть площу фігури, утвореної з нескінченної множини прямокутників, якщо довжина горизонтальних сторін прямокутників зменшується у відношенні 4 : 1, а довжина вертикальних сторін збільшується у відношенні 1 : 2 (рис. 82).

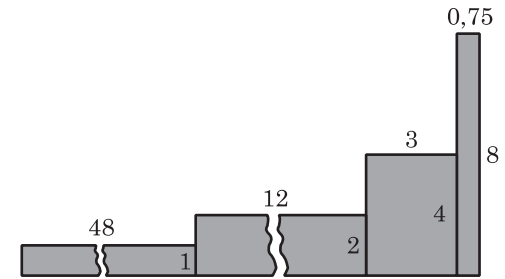


Рис. 82

ЗМІСТ

Передмова	3
Вступ	4
Фігурні числа	4
1. Магічні квадрати	7
1.1. Методика складання магічних квадратів	7
1.2. Спосіб складання магічних квадратів на множення і ділення	10
2. Цікаві трикутники	14
2.1. Трикутні числа	14
2.2. Методика складання цікавих трикутників	15
3. Лінійне рівняння з однією змінною	18
4. Цілі вирази	20
4.1. Властивості степеня з натуральним показником	20
4.2. Одночлен. Перетворення одночленів.....	21
4.3. Сума і різниця многочленів.....	23
4.4. Добуток одночлена і многочлена	24
4.5. Розкладання многочленів на множники. Запис числа у вигляді суми розрядних доданків	25
4.6. Різниця квадратів	25
4.7. Квадрат двочлена	26
5. Лінійна функція	27
6. Знаходження невідомих чисел за допомогою системи двох лінійних рівнянь з двома змінними	27
7. Раціональні вирази	28
7.1. Скорочення дроби	28
7.2. Додавання і віднімання дробів	28
7.3. Множення і ділення дробів	30
7.4. Рівняння зі змінними в знаменнику.....	32
7.5. Степінь з цілим показником і його властивості.....	33
8. Квадратні корені	34
8.1. Арифметичний квадратний корінь	34
8.2. Добуток і частка квадратних коренів.....	35
9. Квадратні рівняння	37
10. Нерівності	39
11. Відсоткові розрахунки	41
12. Числові послідовності	42
12.1. Арифметична прогресія	42
12.2. Геометрична прогресія.....	44