

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТРИКУТНИКІВ

§1

У цьому параграфі ви дізнаєтесь, що являють собою синус, косинус і тангенс кута α , де $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$.

Ви навчитеся за двома сторонами трикутника і кутом між ними знаходити третю сторону, а також за стороною і двома прилеглими до неї кутами знаходити дві інші сторони трикутника.

У 8 класі ви навчилися розв'язувати прямокутні трикутники. Вивчивши матеріал цього параграфа, ви зможете розв'язувати будь-які трикутники.

Ви дізнаєтесь про нові формули, за допомогою яких можна знаходити площину трикутника.

1. Синус, косинус і тангенс кута від 0° до 180°

Поняття синуса, косинуса й тангенса гострого кута вам відомі з курсу геометрії 8 класу. Розширимо ці поняття для довільного кута α , де $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$.

У верхній півплощині координатної площини розглянемо півколо із центром у початку координат, радіус якого дорівнює 1 (рис. 1.1). Таке півколо називають **одиничним**.

Будемо говорити, що куту α ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$) відповідає точка M одиничного півколо, якщо $\angle MOA = \alpha$, де точки O і A мають відповідно координати $(0; 0)$ і $(1; 0)$ (рис. 1.1). Наприклад, на рисунку 1.1 куту, який дорівнює 90° , відповідає точка C ; куту, який дорівнює 180° , — точка B ; куту, який дорівнює 0° , — точка A .

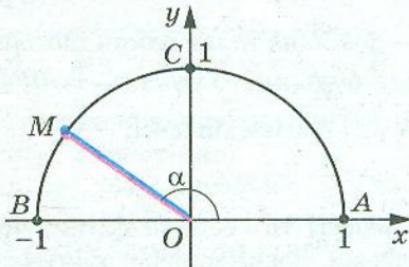


Рис. 1.1

Нехай α — гострий кут. Йому відповідає деяка точка $M(x; y)$ дуги AC одиничного півколо (рис. 1.2). У прямокутному трикутнику OMN маемо:

$$\cos \alpha = \frac{ON}{OM}, \quad \sin \alpha = \frac{MN}{OM}.$$

Оскільки $OM = 1$, $ON = x$, $MN = y$, то

$$\cos \alpha = x, \quad \sin \alpha = y.$$

Отже, косинус і синус гострого кута α — це відповідно абсциса й ордината точки M одиничного півколо, яка відповідає куту α .

Отриманий результат підказує, як означити синус і косинус довільного кута α , де $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$.

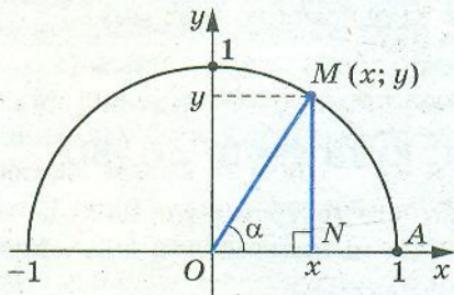


Рис. 1.2

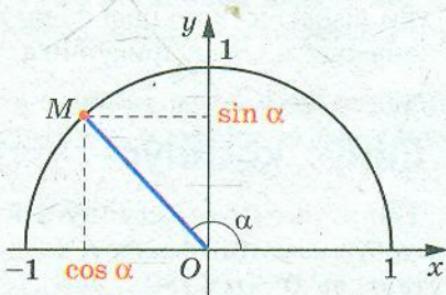


Рис. 1.3

Означення. Косинусом і синусом кута α ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$) називають відповідно абсцису й ординату точки M одиничного півколо, яка відповідає куту α (рис. 1.3).

Користуючись цим означенням, можна, наприклад, установити, що $\sin 0^\circ = 0$, $\cos 0^\circ = 1$, $\sin 90^\circ = 1$, $\cos 90^\circ = 0$, $\sin 180^\circ = 0$, $\cos 180^\circ = -1$.

Якщо $M(x; y)$ — довільна точка одиничного півколо, то $-1 \leq x \leq 1$ і $0 \leq y \leq 1$. Отже, для будь-якого кута α , де $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$, маемо:

$$0 \leq \sin \alpha \leq 1,$$

$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1.$$

Якщо α — тупий кут, то абсциса точки, що відповідає цьому куту, є від'ємною. Отже, косинус тупого кута є від'ємним числом. Справедливе й таке твердження: якщо $\cos \alpha < 0$, то α — тупий або розгорнутий кут.