Розділ 1
Нерівності

У цьому розділі ви:

- **пригадаєте** числові нерівності, подвійні нерівності;
- **ознайомитеся** з поняттями об'єднання і перерізу множин, лінійними нерівностями з однією змінною та їх системами;
- **дізнаєтеся** про властивості числових нерівностей;
- **навчитеся** розв'язувати лінійні нерівності з однією змінною та системи лінійних нерівностей з однією змінною.

§ 1. ЧИСЛОВІ НЕРІВНОСТІ

У попередніх класах ви навчилися порівнювати будь-які числа та записувати результат порівняння у вигляді рівності або нерівності, використовуючи знаки =, >, <. Наприклад, $0{,}4 = \frac{2}{5}$, $-2 > -11$, $5 < 7$. Вираз, який записано зліва від знака нерівності, називають *лівою частиною нерівності*, а вираз, який записано справа, – *правою частиною нерівності*. Так, в останній нерівності лівою частиною нерівності є число 5, а правою – число 7.

Нерівність, обидві частини якої – числа, називають *числовою нерівністю*. Наприклад,

$$1{,}2 > -0{,}8;\ \sqrt{2} < 2;\ 0{,}1 < \frac{1}{9};\ \sqrt{7} + 2 > \sqrt{8}.$$

Для двох довільних чисел a і b правильним є одне і тільки одне із співвідношень: $a > b$, $a < b$ або $a = b$. Раніше ми використовували те чи інше правило порівняння чисел залежно від виду чисел (натуральні числа, десяткові дроби, звичайні дроби з однаковими або різними знаменниками). Але зручно було б мати універсальне правило порівняння.

Відомо, що $5 > 2$. Розглянемо різницю лівої і правої частин цієї нерівності: $5 - 2 = 3 > 0$, різниця є додатною. Розглядаючи різницю лівої і правої частин нерівності $3 < 7$, матимемо: $3 - 7 = -4 < 0$, різниця є від'ємною. У рівності $4 = 4$, розглянувши різницю лівої і правої частин, отримаємо: $4 - 4 = 0$, тобто різниця дорівнює нулю.

Приходимо до *означення порівняння чисел*.

$a > b$, якщо $a - b > 0$;
$a < b$, якщо $a - b < 0$;
$a = b$, якщо $a - b = 0$.

Приклад 1. Порівняти $\frac{5}{9}$ і 0,6.

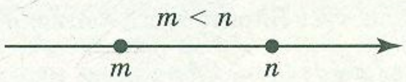
Розв'язання. Розглянемо різницю чисел $\frac{5}{9}$ і 0,6:

$$\frac{5}{9} - 0{,}6 = \frac{5}{9} - \frac{3}{5} = \frac{25 - 27}{45} = -\frac{2}{45} < 0.$$

Різниця є від'ємною, тому $\frac{5}{9} < 0{,}6$.

Відповідь. $\frac{5}{9} < 0{,}6$.

Нагадаємо, що на координатній прямій меншому числу відповідає точка, що лежить зліва від точки, що відповідає більшому числу. На малюнку 1 точка, що відповідає числу m, лежить зліва від точки, що відповідає числу n, тому $m < n$.



Мал. 1

Числові нерівності бувають *правильні* і *неправильні*.

Наприклад, $\frac{5}{9} < 0{,}6$; $\sqrt{2} > 1$ – правильні числові нерівності, $1{,}8 > 2$; $\frac{3}{8} < -0{,}1$ – неправильні числові нерівності.

Крім знаків $>$ і $<$, які називають *знаками строгої нерівності*, у математиці також використовують знаки $\leqslant$ (читають: «менше або дорівнює», або «не більше») і $\geqslant$ («більше або дорівнює», або «не менше»). Знаки $\geqslant$ і $\leqslant$ називають *знаками нестрогої нерівності*. Нерівності, які містять знак $>$ або $<$, називають *строгими нерівностями*, а ті, що містять знак $\geqslant$ або $\leqslant$, – *нестрогими нерівностями*.

З означення співвідношень «більше», «менше» і «дорівнює» доходимо висновку, що $a \geqslant b$, якщо $a - b \geqslant 0$, і $a \leqslant b$, якщо $a - b \leqslant 0$.

Розглянемо, як за допомогою означення порівняння чисел можна *доводити нерівності*.