



1

РАЦІОНАЛЬНІ ВИРАЗИ

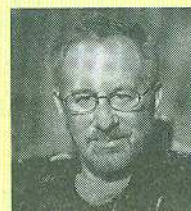
ЗАСТОСОВУЄМО НА ПРАКТИЦІ

Раціональні вирази та рівняння — корисний інструмент для відображення реальних життєвих ситуацій, який допоможе вам:

- розв'язувати задачі на уроках фізики, хімії, біології, інформатики
- грамотно планувати свої витрати, бюджет, приймати обґрунтовані економічні рішення
- планувати подорожі, розраховувати оптимальний час і бюджет подорожі
- визначати витрати на виробництво, рейтинг продукції, прибуток від реалізації товарів; проводити маркетингові дослідження та аналізувати їх результати

ШЛЯХОМ ДОСЛІДЖЕНЬ

- Ділення многочлена на многочлен. Теорема Безу
- Скорочене ділення за допомогою схеми Горнера
- Умовні тотожності. Похідні пропорції
- Степінь із цілим показником у хімії, фізиці, біології, інформатиці
- Аліквотні дроби
- Діофант Александрійський та діофантові рівняння
- Числа-велетні
- Функція оберненої пропорційності в економіці



Якщо ти збираєшся одного чудового дня створити щось велике, пам'ятай: один чудовий день — це сьогодні.

Стивен Спілберг

§1 РАЦІОНАЛЬНІ ВИРАЗИ. РАЦІОНАЛЬНІ ДРОБИ

ВЧОРА



Ви познайомилися з цілими виразами, виконували над ними дії

СЬОГОДНІ



Ви дізнаєтеся, що таке дробові вирази, чим вони відрізняються від цілих виразів

ЗАВЖДИ



Ви зможете прораховувати й обирати найвигідніші фінансові пропозиції щодо придбання необхідних товарів

ЧИ ВІДОМО ВАМ?



- Уперше прототип планшета людство побачило в серіалі «Star Trek» («Зоряний шлях»), який вийшов на екрани в 1966 р.
- У 1968 р. американський учений у галузі теорії обчислювальних систем Алан Кей запропонував концепцію планшетного комп'ютера.

КЛЮЧОВІ ТЕРМІНИ

- числовий вираз
- вираз зі змінними
- значення виразу
- цілий вираз
- дробовий вираз
- раціональний вираз
- область допустимих значень змінної

АКТУАЛЬНА ЗАДАЧА

В одній зі шкіл для учнів 8-го класу замовили k планшетів. Ціна одного планшета становить a грн. Визначте:

- 1) вартість усіх планшетів;
- 2) середню ціну одного планшета, якщо замовлення здійснене через інтернет-магазин і за послуги доставки «Новою поштою» всього комплекту слід додатково сплатити m грн.

Розв'язання

- 1) Оскільки: вартість = ціна \times кількість,
то вартість усіх планшетів становить $a \times k = ak$ (грн).
Загальна вартість усіх планшетів з урахуванням доставки становитиме $(ak + m)$ грн.
- 2) Ціна одного планшета: $\frac{\text{заг. вартість}}{\text{кількість}} = \frac{ak + m}{k}$ (грн).

Вирази ak і $ak + m$ є цілими. Такі вирази знайомі вам із курсу алгебри 7-го класу. Вираз $\frac{ak + m}{k}$ відрізняється від них тим, що містить ділення на вираз зі змінною.

ГОЛОВНА ІДЕЯ

У 7-му класі ви розглядали цілі вирази. Пригадайте: *цілі вирази* — це такі, що складені з чисел і змінних за допомогою дій додавання, віднімання, множення, ділення на відмінне від нуля число та піднесення до степеня. Цього року ви познайомилися з дробовими виразами.

КЛЮЧОВИЙ МОМЕНТ

Цілі вирази

Цілий вираз — вираз, що **НЕ містить** дію ділення на вираз зі змінною. Наприклад:

$$\frac{x+c}{3}; -8; a^2-b^2; \frac{a}{4}+x^n.$$

Дробові вирази

Дробовий вираз — вираз, що **містить** дію ділення на вираз зі змінною. Наприклад: $\frac{15}{y}$;

$$5x^2 + \frac{1}{x}; 2x:(x-1); \frac{a+16}{c}.$$



Цілі та дробові вирази називають **раціональними виразами**.

ЗАПАМ'ЯТАЙТЕ!

ПРИКЛАД 1

Обчисліть значення раціонального дробу $\frac{9x}{a+x^2}$ при $a=5$, $x=-7$.

Розв'язання

Крок	Зміст дії	Результат дії
КРОК 1	Переконаємося, що в разі підстановки в даний вираз значень $a=5$, $x=-7$ знаменник не перетворюється на нуль.	$a+x^2=5+(-7)^2=5+49=54$; $54 \neq 0$
КРОК 2	Підставимо у вираз замість x значення (-7) , замість a — значення 5.	$\frac{9x}{a+x^2} = \frac{9 \cdot (-7)}{5+(-7)^2}$
КРОК 3	Обчислимо значення отриманого числового виразу.	$\frac{9 \cdot (-7)}{5+(-7)^2} = \frac{-63}{5+49} = \frac{63}{54} = \frac{7}{6} = -1 \frac{1}{6}$

Відповідь: $-1 \frac{1}{6}$.

ТРЕНУЄМОСЯ

1) Обчисліть значення раціонального дробу:

1) $\frac{20}{a}$ при $a=10$;

5) $\frac{9b}{y^2-2b}$ при $y=-1$, $b=5$;

2) $\frac{-7}{b}$ при $b=14$;

6) $\frac{xa}{x^2+3a}$ при $x=2$, $a=-4$;

3) $\frac{5-x}{2+x}$ при $x=8$;

7) $\frac{5|x|-y}{x^2+2,4x+1,2^2}$ при $x=-0,2$, $y=4$;

4) $\frac{y-2}{y+8}$ при $y=7$;

8) $\frac{10a+|b|}{a^2-2,6a+1,3^2}$ при $a=0,3$, $b=-15$.

ПРИГАДАЙТЕ!

- $|-3|=3$
- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!

Коли говорять, що вираз має зміст, це означає, що можна виконати всі математичні дії, які містить цей раціональний вираз.

У разі підстановки в раціональний вираз чисел замість змінних ми матимемо числовий вираз. Проте при певних числових значеннях змінних є ризик одержати в знаменнику нуль, тобто отримати вираз, що не має змісту.

КЛЮЧОВИЙ МОМЕНТ

Дріб має зміст, коли його знаменник не дорівнює нулю.

ЗАПАМ'ЯТАЙТЕ!

Областю допустимих значень виразу з однією змінною називають усі значення змінної, при яких цей вираз має зміст.

СЛІД ЗНАТИ!

Область допустимих значень змінної виразу (скорочено — ОДЗ) називають також *областю визначення виразу*.

ПРИКЛАД 2

Знайдіть область допустимих значень змінної виразу $\frac{2}{x-6}$.
Розв'язання

Крок	Зміст дії	Результат дії
КРОК 1	Знайдемо значення x , при якому знаменник виразу дорівнює нулю, тобто визначимо нулі знаменника. Для цього розв'яжемо рівняння $x-6=0$.	$x-6=0$ $x=6$
КРОК 2	Зробимо висновок: змінна x може набувати будь-яких значень, крім $x=6$.	$x \neq 6$

Відповідь: x — будь-яке число, крім 6, тобто $x \neq 6$.

ПРИКЛАД 3

Знайдіть область допустимих значень змінної виразу $\frac{3x}{5|x|-20}$.
Розв'язання

Крок	Зміст дії	Результат дії
КРОК 1	Запишемо рівняння для визначення нулів знаменника.	$5 x -20=0$
КРОК 2	Перенесемо доданок, що не містить змінної, у праву частину рівняння та поділимо обидві його частини на 5.	$5 x =20$; $ x =4$
КРОК 3	Розв'яжемо рівняння, використовуючи означення модуля числа.	$x=4$ або $x=-4$; $x=\pm 4$

Відповідь: x — будь-яке число, крім 4 і -4 , тобто $x \neq \pm 4$.