

О.С. Істер

**ЗБІРНИК НЕСКЛАДНИХ,
АЛЕ КОРИСНИХ ВПРАВ
ЗІ ШКІЛЬНОГО КУРСУ
АЛГЕБРИ ТА ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ
7-11 КЛАСИ**



**ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА – БОГДАН**

УДК 512.1(075.3)
ББК 22.1я72
189

Істер О.С.

189 Збірник нескладних, але корисних вправ зі шкільного курсу алгебри та початків аналізу. 7–11 кл. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2011. — 176 с.

ISBN 978-966-10-1676-6

Посібник містить 1078 нескладних, але корисних вправ з усього курсу алгебри та початків аналізу 11-річної школи. Переважну більшість вправ, запропонованих у посібнику, можна виконувати без додаткових записів на дошці чи рисунків, хоча посібник містить вправи, в яких додаткові записи є необхідними.

Абсолютна більшість вправ, запропонованих у посібнику, потребує миттєвої відповіді або розв'язується за допомогою 1–3 логічних кроків. Саме такі вправи складають першу частину завдань зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО). Тому посібник також принесе користь тим, хто готується до ЗНО.

Учителям математики, учням 7-11 класів.

ББК 22.1я72

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

ISBN 978-966-10-1676-6

© Навчальна книга – Богдан,
майнові права, 2010

РОЗДІЛ 1. РІВНЯННЯ

Рівняння. Корені рівняння. Розв'язування рівнянь

- Чи є число 1 коренем рівняння:
1) $x + 7 = 6$; 2) $x^2 - 2x = -1$; 3) $15 - x = 12$;
4) $x^2 + 4x - 5 = 0$; 5) $17 + x = 18$?
- Чи є коренем рівняння $x^2 = 4x - 3$ число:
1) 0; 2) 1; 3) -1;
4) 3; 5) -2?
- Розв'язати рівняння:
1) $13 + x = 17$; 2) $x + 32 = -15$; 3) $x - 12 = 28$;
4) $17 - x = 20$; 5) $x - 5 = -9$; 6) $-5 - x = -9$;
7) $9x = 12$; 8) $-8x = -24$; 9) $5x = 0$;
10) $x : 5 = -7$; 11) $x : (-9) = -12$; 12) $17 : x = 18$;
13) $x : 15 = 0$; 14) $-8 : x = -4$; 15) $-\frac{1}{2} : x = \frac{1}{4}$.
- Пояснити, чому не має розв'язків рівняння:
1) $x - 7 = x$; 2) $y - 9 = y + 5$; 3) $0 \cdot x = -7$;
4) $9 - x = 7 - x$; 5) $0 : x = 7$; 6) $2(x - 1) = 2x + 3$.
- Чи має розв'язки рівняння:
1) $x + 7 = 7 - x$; 2) $x + 7 = 7 + x$; 3) $x + 7 = -7 + x$;
4) $0 \cdot x = 0$; 5) $0 \cdot (x + 1) = 5$; 6) $2(x + 1) = 2x + 2$;
7) $0 : x = 13$; 8) $0 : x = 0$; 9) $3(x - 1) = 3x - 9$?

Рівносильні рівняння. Основні властивості рівнянь

- Які з рівнянь рівносильні рівнянню $8x = 16$?
1) $x + 7 = 9$; 2) $2 - x = 4$; 3) $x + 3 = x + 7$;
4) $x - 8 = -6$; 5) $3x = 16 - 5x$; 6) $3x + 1 = 9 - 5x$;
7) $2x - 6 = 10 - 6x$; 8) $2(x - 3) = 2x - 6$.
- Чи рівносильні рівняння:
1) $3x + 7x = 18$ і $10x = 18$; 2) $9x - 3 = 12$ і $9x = 12 - 3$;
3) $5x - 6x = 19$ і $x = 19$; 4) $6x - 7x = 15$ і $x = -15$;

13. Розв'язати рівняння:

1) $115 - x = 13$;

2) $100 - 3x + 60 = x$;

3) $15 - (20 - x) = 17$;

4) $7 + 2x = 3$;

5) $5x - 1 = -6$;

6) $3x + 5 = 9 + 4x$;

7) $0,1x - 7 = 9 - 0,4x$;

8) $5\frac{1}{4} - \frac{1}{8}x = 3\frac{1}{5} - \frac{1}{2}x$;

9) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{2}x$;

10) $3x + 7 = 6x + 12$.

14. Розв'язати рівняння відносно x :

1) $m + x = 2x + m$;

2) $a + x = b - x$;

3) $7x + 2a = 2x - 8a$;

4) $9a + x = 3b - 2x$;

5) $\frac{x}{2} + a = 2a - \frac{x}{2}$;

6) $b + c - x = 2x + m$.

15. При якому значенні m рівняння:

1) $2mx = 64$ має корінь, що дорівнює 8;

2) $3x = m$ має корінь, що дорівнює $\frac{2}{7}$;

3) $3(m+1)x = 42$ має корінь, що дорівнює 2;

4*) $mx = 15$ не має коренів;

5*) $(m-1)x = m-1$ має коренем будь-яке число?

16*. При якому значенні a рівняння $3x - 8 = 10$ і $x + 4a = 10$ мають спільний корінь?

17*. Знайти всі значення a , при яких рівняння $ax = 8$ має:

1) додатний корінь; 2) від'ємний корінь.

18*. Знайти всі цілі значення a , при яких корінь рівняння $ax = 6$ є цілим числом.

19*. Знайти всі цілі значення b , при яких корінь рівняння $bx = -8$ є натуральним числом.

Рівняння з модулем

20. Розв'язати рівняння:

1) $|x| = 5$;

2) $|x| = 0$;

3) $|x| = -2$;

4) $|x| + 2 = 3$;

5) $|x| + 3 = 3$;

6) $|x| + 5 = -17$;

7) $2|x| - 1 = 4$;

8) $2|x| + 3 = 0$;

9) $|x - 4| = 2$;

РОЗДІЛ 13. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ

Числові функції

580. Чи є функціями залежності:

$$1) y = xy + x^2; \quad 2) x + \sin x = y; \quad 3) x = y + \sqrt{y};$$

$$4) y = \frac{x}{y+1}; \quad 5) xy = x + 17; \quad 6) t + \operatorname{tg} t = w?$$

Для функцій назвіть незалежну змінну (аргумент) та залежну (функцію).

581. Функція задана формулою $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$. Знайти:

$$1) f(0); \quad 2) f(-3); \quad 3) f(a).$$

582. Знайти область визначення функції:

$$1) y = \frac{2}{x+2}; \quad 2) y = \frac{x}{|x|+1}; \quad 3) y = \frac{x^2}{1-|x|};$$

$$4) y = \sqrt{x+1}; \quad 5) y = \sqrt{\frac{2}{x-3}}; \quad 6) y = \frac{5}{x^2-x};$$

$$7) y = \frac{9}{x-1} + \frac{17}{x^2+8x}; \quad 8) y = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x-2}; \quad 9^*) y = \sqrt{\frac{x-1}{x-2}};$$

$$10^*) y = \sqrt{2-|x|}; \quad 11^*) y = \sqrt{|x|+5}; \quad 12^*) y = \sqrt{|x|-1};$$

$$13^*) y = \sqrt{x} + \sqrt{2-x}; \quad 14^*) y = \sqrt{1-x} + \sqrt{x-3};$$

$$15) y = \sqrt{x} + \frac{1}{|x|-3}.$$

583. Навести приклад функції, областю визначення якої є:

- 1) уся числова пряма;
- 2) уся числова пряма, крім точки $x = 3$;
- 3) уся числова пряма, крім точок $x = 1$ і $x = -1$;
- 4) інтервал $[0; +\infty)$;
- 5) відрізок $[-2; 2]$.

584. Які з представлених на рисунках 48–51 ліній є графіками функцій?

585. Для графіків функцій на рисунках 52–55 вказати:

- 1) область визначення;
- 2) область значень;
- 3) координати точок перетину з осями.

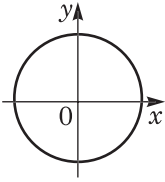


Рис. 48

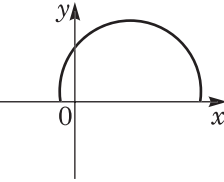


Рис. 49

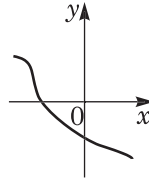


Рис. 50

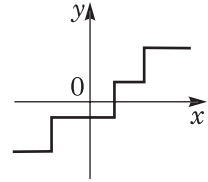


Рис. 51

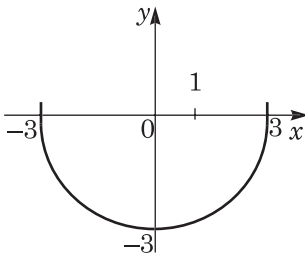


Рис. 52

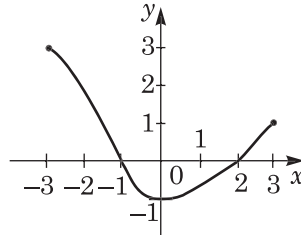


Рис. 53

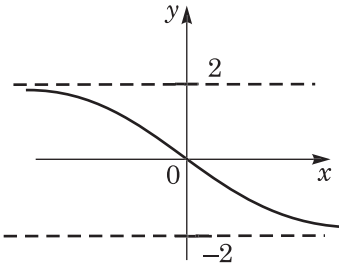


Рис. 54

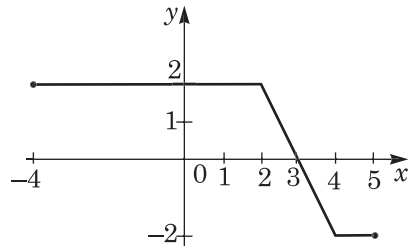


Рис. 55

586. Знайти область значень функції:

- 1) $y = x^2$; 2) $y = x^2 + 2$; 3) $y = \frac{2}{x}$;
 4) $y = \sqrt{x}$; 5) $y = \sqrt{x-2}$; 6) $y = x^3$;
 7) $y = \sqrt{x^2 + 1}$; 8) $y = \sqrt{x^2 + x}$; 9*) $y = \frac{x}{|x|}$.

Зростаючі і спадні, парні і непарні функції

587. На рис. 56 подано графік функції $y = f(x)$ при $x \in [-6; 6]$

- 1) Назвати проміжки зростання та спадання функції;
 2) Чи є функція парною; непарною?

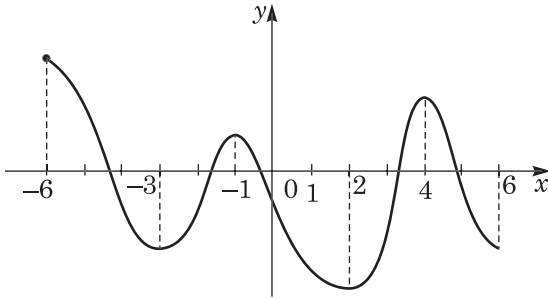


Рис. 56

588. Функція f зростає на проміжку $[-8; 8]$. Порівняти:

1) $f(2)$ і $f(-3)$; 2) $f\left(\frac{1}{8}\right)$ і $f\left(\frac{1}{7}\right)$.

589. Функція g спадає на проміжку $[-4; 8]$. Порівняти:

1) $g(1)$ і $g(-1)$; 2) $g\left(-\frac{1}{3}\right)$ і $g\left(-\frac{1}{4}\right)$.

590. Знайти проміжки зростання та спадання функції:

1) $y = 2 + x$; 2) $y = 3 - x$; 3) $y = x^2$;
4) $y = x^3$; 5) $y = \sqrt{x}$; 6) $y = \frac{10}{x}$.

591. Відомо, що $f(-2) = 10$. Знайти $f(2)$, якщо f : 1) парна; 2) непарна.

592. Які з функцій, графіки яких наведені на рисунках 57–61, парні, а які — непарні? Які функції ні парні, ні непарні?

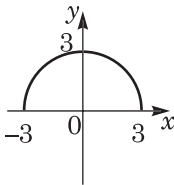


Рис. 57

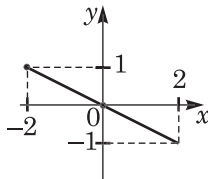


Рис. 58

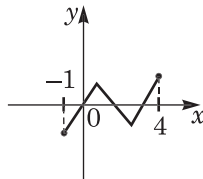


Рис. 59

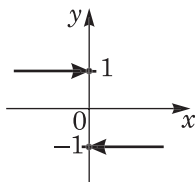


Рис. 60

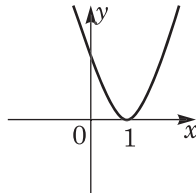


Рис. 61

ЗМІСТ

Передмова	3
Розділ 1. Рівняння	4
Рівняння. Корені рівняння. Розв'язування рівнянь	4
Рівносильні рівняння. Основні властивості рівнянь	4
Лінійні рівняння з однією змінною. Розв'язування лінійних рівнянь	5
Рівняння з модулем	6
Розв'язування задач за допомогою лінійних рівнянь. Рівняння як математична модель задачі	7
Розділ 2. Цілі вирази	8
Вирази зі змінними. Цілі раціональні вирази. Числове значення виразу	8
Степінь з натуральним показником. Властивості степеня. Вирази зі степенем. Тотожні вирази. Тотожність. Тотожне перетворення виразу. Доведення тотожностей	11
Одночлен. Стандартний вигляд одночлена. Піднесення одночленів до степеня. Множення одночленів	14
Многочлен. Стандартний вигляд многочлена. Додавання і віднімання многочленів	16
Множення многочлена на одночлен	17
Множення двох многочленів	18
Різниця квадратів двох виразів	18
Квадрат двочлена	20
Куб двочлена	21
Розділ 3. Розкладання многочленів на множники	22
Розкладання многочленів на множники способом винесення спільного множника за дужки	22
Розкладання многочленів на множники способом групування	22
Різниця і сума кубів двох виразів	23
Використання формул скороченого множення для розкладання многочленів на множники	23
Розділ 4. Система лінійних рівнянь з двома змінними	25
Рівняння з двома змінними. Лінійне рівняння з двома змінними та його графік	25
Система лінійних рівнянь з двома змінними та її розв'язок	27

Розв'язування систем лінійних рівнянь з двома змінними графічним способом, способом підстановки, способом додавання	27
Розв'язування задач за допомогою систем лінійних рівнянь	28
Розділ 5. Раціональні вирази.....	29
Ділення степенів	29
Алгебраїчні дробі, раціональні вирази і дробові раціональні вирази	29
Допустимі значення змінної	30
Основна властивість дробу. Скорочення дробів	31
Додавання і віднімання дробів.....	32
Множення дробів.....	33
Піднесення дробу до степеня	33
Ділення дробів.....	33
Степінь з цілим показником і його властивості.	34
Стандартний вигляд числа	35
Тотожні перетворення раціональних виразів.....	36
Раціональні рівняння	36
Розділ 6. Квадратні корені. Дійсні числа	38
Квадратний корінь. Арифметичний квадратний корінь і його властивості	38
Рівняння $x^2 = a$	39
Раціональні числа. Ірраціональні числа. Дійсні числа. Числові множини	40
Тотожності $(\sqrt{a})^2 = a, a \geq 0$, і $\sqrt{a^2} = a $	41
Арифметичний квадратний корінь з добутку, частки і степеня. Добуток і частка квадратних коренів.....	42
Тотожні перетворення виразів, що містять квадратні корені ...	43
Розділ 7. Квадратні рівняння.....	46
Квадратні рівняння	46
Неповні квадратні рівняння та їхнє розв'язування.....	47
Формула коренів квадратного рівняння	47
Теорема Вієта	47
Розв'язування рівнянь, що зводяться до квадратних	48
Розв'язування задач за допомогою квадратних рівнянь	49

Розділ 8. Функції.....	50
Функція. Аргумент і значення функції	50
Область визначення і область значень функції	50
Способи задання функції. Графік функції. Функція як математична модель реальних процесів	51
Лінійна функція, її графік та властивості	53
Функція $y = \frac{k}{x}$, її графік та властивості.....	54
Функції $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, їхні графіки і властивості	55
Функція $y = x^3$, її графік та властивості.....	56
Розділ 9. Нерівності.....	57
Числові нерівності	57
Основні властивості числових нерівностей. Почленне додавання і множення нерівностей	58
Застосування властивостей числових нерівностей для оцінювання значення виразу.....	59
Нерівності зі змінними	60
Числові проміжки.....	61
Лінійні нерівності. Розв'язування лінійних нерівностей з однією змінною. Геометрична інтерпретація множини розв'язків нерівності.....	61
Системи лінійних нерівностей з однією змінною та їхнє розв'язування. Геометрична інтерпретація множини розв'язків системи нерівностей.....	63
Доведення нерівностей.....	64
Розділ 10. Квадратична функція	65
Функція. Властивості функції	65
Найпростіші перетворення графіків функцій	67
Квадратний тричлен, його корені	68
Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники.....	69
Виділення квадрата двочлена із квадратного тричлена	70
Функція $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, її графік і властивості.....	71
Розв'язування нерівностей другого степеня з однією змінною графічним методом	74
Метод інтервалів	75
Розв'язування систем рівнянь другого степеня з двома змінними.....	75

Розв'язування текстових задач за допомогою систем рівнянь.....	75
Розділ II. Числові послідовності.....	76
Числові послідовності	76
Арифметична прогресія, її властивості. Формула n -го члена арифметичної прогресії	77
Сума перших n членів арифметичної прогресії	78
Геометрична прогресія, її властивості. Формула n -го члена геометричної прогресії	78
Сума перших n членів геометричної прогресії	79
Нескінченно спадна геометрична прогресія. Сума нескінченно спадної геометричної прогресії	80
Періодичні дроби	80
Розв'язування вправ і задач на прогресії.....	80
Розділ II. Елементи прикладної математики	82
Математичне моделювання. Приклади математичного моделювання.....	82
Наближені значення чисел і величин	83
Абсолютна і відносна похибки наближень. Оцінка похибок	83
Додавання, віднімання, множення і ділення наближених значень	84
Відсоткові розрахунки. Формули простих і складних відсотків	84
Розділ III. Тригонометричні функції	87
Числові функції	87
Зростаючі і спадні, парні і непарні функції.....	88
Побудова графіків функцій за допомогою геометричних перетворень	90
Тригонометричні функції кута	91
Радіанна міра кутів і дуг	92
Тригонометричні функції числового аргументу.....	93
Властивості синуса, косинуса, тангенса і котангенса	94
Періодичність тригонометричних функцій.....	96
Властивості тригонометричних функцій.....	96
Побудова графіків тригонометричних функцій	97
Співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу	99
Формули зведення.....	100

Формули додавання	102
Формули подвійного аргументу.....	103
Формули перетворення суми і різниці тригонометричних функцій у добуток.....	105
Формули пониження степеня. Формули половинного аргументу	106
Формули перетворення добутку тригонометричних функцій у суму	107
Розділ 14. Тригонометричні рівняння і нерівності.....	108
Обернена функція	108
Обернені тригонометричні функції, їхні графіки і властивості	108
Розв'язування найпростіших тригонометричних рівнянь	110
Основні способи розв'язування тригонометричних рівнянь ...	113
Основні способи розв'язування систем рівнянь	113
Розв'язування найпростіших тригонометричних нерівностей	114
Розділ 15. Степенева функція.....	115
Корінь n -го степеня. Арифметичний корінь n -го степеня та його властивості. Перетворення коренів. Дії над коренями....	115
Ірраціональні рівняння.....	117
Ірраціональні нерівності	118
Система ірраціональних рівнянь	118
Степінь із раціональним показником та його властивості	119
Узагальнення поняття степеня. Степенева функція, її графік та властивості.....	120
Розділ 16. Показникова і логарифмічна функції	122
Показникова функція, її графік і властивості	122
Розв'язування показникових рівнянь.....	124
Розв'язування показникових нерівностей.....	125
Розв'язування систем показникових рівнянь	126
Логарифм числа. Основна логарифмічна тотожність. Властивості логарифмів	127
Логарифмічна функція, її графік і властивості.....	129
Розв'язування логарифмічних рівнянь	132
Розв'язування логарифмічних нерівностей	133
Розв'язування систем логарифмічних рівнянь.....	134

Розділ 17. Границя і неперервність функції.....	135
Модуль дійсного числа, його властивості	135
Границі функції неперервного аргументу. Основні теореми про границі.....	135
Неперервність функції в точці.....	136
Розділ 18. Похідна та її застосування.....	138
Задачі, що приводять до похідної. Механічний та геометричний зміст похідної.....	138
Похідні елементарних функцій. Похідна суми, добутку і частки функцій.....	138
Похідна складеної функції.....	142
Зростання і спадання функції.....	144
Екстремальні точки функції. Локальні екстремуми функції.....	145
Найбільше та найменше значення функції на відрізку	147
Дослідження функції та побудова її графіка за допомогою похідної.....	148
Розділ 19. Інтеграл та його застосування.....	149
Первісна та невизначений інтеграл	149
Таблиця первісних. Основна властивість первісної. Правила знаходження первісних.....	149
Приклади задач, що приводять до поняття інтеграла. Визначений інтеграл. Формула Ньютона–Лейбніца.....	152
Застосування інтеграла до обчислення площ та об'ємів геометричних фігур.....	152
Інтеграл у фізиці, техніці, економіці.....	153
Диференціальні рівняння. Диференціальне рівняння показникового зростання. Гармонічні коливання. Диференціальне рівняння гармонічного коливання	153
Розділ 20. Елементи комбінаторики.....	155
Множина та її елементи	155
Числові множини (N , Z , Q , R). Множина комплексних чисел.....	155
Порожня множина. Способи задання множин	155
Підмножини даної множини.....	156
Об'єднання і переріз множин.....	156
Віднімання та доповнення множин.....	156
Упорядкована множина. Перестановки	157
Розміщення	157

Комбінації.....	157
Біном Ньютона.....	158
Розділ 21. Початки теорії ймовірностей	159
Основні поняття теорії ймовірностей.....	159
Класична ймовірність	159
Операції над подіями.....	160
Ймовірність суми несумісних подій	161
Умовна ймовірність та незалежність подій	162
Ймовірність добутку незалежних подій	162
Використання формул комбінаторики для обчислення ймовірностей	163
Схема Бернуллі	163
Статистична ймовірність. Закон великих чисел.....	164
Розділ 22. Вступ до статистики	165
Статистика та її методи. Набір експериментальних даних, вибірка	165
Наочне представлення статистичного розподілу. Точковий та інтервальний розподіли частот. Полігон та гістограма.....	165
Мода та медіана. Середні значення: середнє арифметичне, середнє квадратичне.....	165



Навчальне видання

ІСТЕР Олександр Семенович

**ЗБІРНИК НЕСКЛАДНИХ,
АЛЕ КОРИСНИХ ВПРАВ
ЗІ ШКІЛЬНОГО КУРСУ
АЛГЕБРИ ТА ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ
7–11 КЛАСИ**

Головний редактор *Богдан Будний*

Редактор *Володимир Дячун*

Художник обкладинки *Володимир Басалига*

Комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*

Підписано до друку 29.11.2010. Формат 60x84/16. Папір офсетний.

Гарнітура Century Schoolbook. Друк офсетний.

Умовн. друк. арк. 10,23. Умовн. фарбо-відб. 10,23.

[В. 1].

Видавництво «Навчальна книга — Богдан»

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців
ДК № 370 від 21.03.2001 р.

Навчальна книга — Богдан, а/с 529, м. Тернопіль 46008
тел./факс (0352) 52-06-07; 52-05-48; 52-19-66; (067) 350-18-70

publishing@budny.te.ua

www.bohdan-books.com