

## Тема 2. Відношення та пропорції. Відсотки. Текстові задачі

**Відсотком** називають одну соту —  $\frac{1}{100}$ , позначають — 1 %, тобто  $1\% = \frac{1}{100}$ . Один відсоток будь-якої величини означає  $\frac{1}{100}$  (або 0,01) цієї величини, тоді 100 % будь-якого числа буде саме число:

наприклад:  $\frac{100}{100} \cdot a = a$ ; 50 % від деякого числа  $a$  буде  $\frac{50}{100} a = \frac{1}{2} a = 0,5a$ ; 4 % від деякого числа  $b$  буде  $\frac{4}{100} b = \frac{1}{25} b = 0,04b$ .

Будь-яке число можна подати у відсотках. Для цього потрібно це число помножити на 100. Наприклад:  $0,37 = 0,37 \cdot 100\% = 37\%$ ;  $0,04 = 0,04 \cdot 100\% = 4\%$ ;  $2,1 \cdot 100\% = 210\%$ .

Будь-яке число відсотків можна записати у вигляді десяткового дробу. Для цього потрібно число відсотків поділити на 100. Наприклад:  $25\% = 25 : 100 = 0,25$ ;  $5\% = 5 : 100 = 0,05$ .

Щоб знайти відсотки від числа, потрібно число поділити на 100 (знайти 1 % від числа) і помножити на кількість відсотків. Наприклад: знайти 40 % від числа 90.  $x = \frac{90}{100} \cdot 40 = 36$ .

Щоб знайти число за його відсотками, потрібно число поділити на кількість відсотків (знайти 1 % числа) і помножити на 100. Наприклад: знайти число, 20 % якого становить 25.  $x = \frac{25}{20} \cdot 100 = 125$ .

Щоб знайти, скільки відсотків становить число  $a$  від числа  $b$ , потрібно число  $a$  поділити на число  $b$  і помножити на 100. Наприклад: знайти, скільки відсотків становить число 5 від 20:

$$x = \frac{5}{20} \cdot 100\% = 25\%.$$

Щоб знайти суму грошей, яка буде на рахунку через  $n$  місяців за умови, що банк виплачує щомісячно  $m\%$  від внесеної суми  $S_0$ , використовують **формулу простих відсотків**:

$$S_n = S_0 \left( 1 + n \frac{m}{100} \right).$$

Щоб знайти суму грошей, яка буде на рахунку через  $n$  років, якщо внесено на рахунок суму  $S_0$  під  $m\%$  річних і за умови, що нараховані відсотки щороку приєднуються до вкладу, використовують **формулу складних відсотків**:

$$S_n = S_0 \left( 1 + \frac{m}{100} \right)^n.$$

**Приклад 1.** У школі навчається 400 учнів. Із них 60 % взяли участь у написанні радіодиктанту української мови. Скільки учнів взяли участь у написанні диктанту?

●  $x = \frac{400}{100} \cdot 60 = 240$ . Отже, 240 учнів взяли участь у написанні радіодиктанту.

**Відповідь:** 240. ●

**Приклад 2.** У шкільній олімпіаді з математики взяли участь 60 учнів, що становить 20 % від усіх учнів школи. Скільки всього учнів навчається в школі?

●  $x = \frac{60}{20} \cdot 100 = 300$ . Отже, у школі навчається 300 учнів.

**Відповідь:** 300. ●

**Приклад 3.** В олімпіаді з математики взяли участь 30 учнів, із них 6 стали призерами. Який відсоток учнів становлять призери олімпіади?

●  $x = \frac{6}{30} \cdot 100\% = 20\%$ . Отже, 20 % учнів стали призерами олімпіади.

**Відповідь:** 20 %. ●

**Приклад 4.** Яку суму коштів потрібно покласти в банк під 10 % річних, щоб через три роки примати 13 310 грн, якщо щороку нараховані відсотки додаються до суми вкладу?

● Використаємо формулу складних відсотків:  $S_n = S_0 \left(1 + \frac{m}{100}\right)^n$ , тоді  $S_0 = S_n : \left(1 + \frac{m}{100}\right)^n$ . За умовою задачі:  $S_3 = 13310$  грн,  $m = 10$ ,  $n = 3$ . Тоді  $S_0 = 13310 : \left(1 + \frac{10}{100}\right)^3 = 13310 : 1,331 = 10000$  (грн).

**Відповідь:** 10000 грн. ●

**Приклад 5.** Якою стане маса 30 кг свіжої трави після сушіння, якщо під час сушіння вона втрачає 2 % своєї маси?

А	Б	В	Г	Д
24 кг	2,4 кг	27,6 кг	6 кг	7,6 кг

●  $100\% - 92\% = 8\% = 0,08$ . Тоді:  $x = 30 \cdot 0,08 = 2,4$  (кг).

**Відповідь:** Б. ●

**Приклад 6.** Початкову ціну товару 250 грн спочатку знизили на 25 %, а потім підвищили на 20 %. Визначте нову ціну товару.

А	Б	В	Г	Д
225 грн	215 грн	275 грн	265 грн	250 грн

● 1)  $100\% - 25\% = 75\% = 0,75$ ; ціна товару після зниження:  $250 \cdot 0,75 = 187,5$  (грн);

2)  $100\% + 20\% = 120\% = 1,2$ ; нова ціна товару:  $187,5 \cdot 1,2 = 225$  (грн).

**Відповідь:** А. ●

**Приклад 7.** Учителям у 2019 році підвищили заробітну плату на 30 %, а в 2020 році — ще на 10 %. На скільки відсотків підвищили вчителям заробітну плату за два роки?

● Нехай заробітна плата учителя становила  $x$  грн. Після підвищення в 2019 році вона становила  $x + 0,3x = 1,3x$ . Після підвищення в 2020 році (за 100 % беремо вже  $1,3x$ ) заробітна плата становитиме  $1,3x + 0,1 \cdot 1,3x = 1,43x$ . Отже, заробітна плата учителя зросла на  $1,43x - x = 0,43x$ , тобто на  $0,43x : x = 0,43 = 43\%$ .

**Відповідь:** 43 %. ●

**Приклад 8.** У стиглому плоді вишні 80 % води, а в сушеному — 5 %. Скільки кілограмів сушеної вишні можна одержати з 57 кг свіжих плодів?

●  $100\% - 80\% = 20\%$ , тоді  $57 \cdot 0,2 = 11,4$  (кг) — маса сухої речовини вишні у свіжому плоді. У сушеному — маса сухої речовини вишні становить  $100\% - 5\% = 95\%$ , тому  $11,4 : 0,95 = 12$  (кг) — маса сушеної вишні.

**Відповідь:** 12 кг. ●

**Приклад 9.** У 200 грамах сплаву олова й міді міститься 25 % міді. Скільки грамів олова потрібно додати до сплаву, щоб уміст міді становив 10 %?

● Маса міді в сплаві становить 25 %, тоді  $200 \cdot 0,25 = 50$  (г). У новому сплаві маса міді становить 10 %, тому  $50 : 0,1 = 500$  (г) — маса нового сплаву. Отже, у сплав треба додати  $500 - 200 = 300$  (г) олова.

**Відповідь:** 300 г. ●

**Приклад 10.** Для пришвидшення виконання завдання майстрові дали помічника, відтак продуктивність праці зросла на 25 %. На скільки відсотків зменшиться час виконання завдання?

● Нехай майстер виготовляє  $x$  одиниць продукції за 1 год, тоді за час  $t$  год він виготовить  $xt$  одиниць продукції. Оскільки майстрові дали помічника, то продуктивність праці зросла на 25 % і стала дорівнювати  $1,25x$  одиниць продукції за 1 год. Обсяг завдання не змінився, тому  $xt = 1,25x \cdot t_1$ ,