

# Розділ 1

## ЧОТИРИКУТНИКИ

У цьому розділі ви:

- пригадаєте поняття прямокутника і квадрата;
- дізнаєтесь про паралелограм та його властивості, трапецію; центральні та вписані кути; вписані та описані чотирикутники; середню лінію трикутника та середню лінію трапеції; теорему Фалеса;
- навчитеся обґрунтовувати належність чотирикутника до певного виду, застосовувати вивчені означення і властивості до розв'язування задач.



### 1. ЧОТИРИКУТНИК. ЙОГО ЕЛЕМЕНТИ. СУМА КУТІВ ЧОТИРИКУТНИКА



Чотирикутником називають фігуру, що складається з чотирьох точок і чотирьох відрізків, які послідовно їх сполучають.

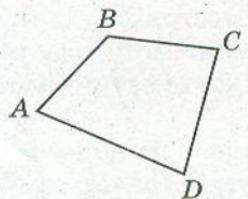
Ніякі три з даних точок не повинні лежати на одній прямій, а відрізки, які їх сполучають, не повинні мати жодних інших спільних точок, крім даних.

Будь-який чотирикутник обмежує певну частину площини, яка є внутрішньою областю чотирикутника.

На малюнку 1 зображено чотирикутник  $ABCD$ . Точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  називають *вершинами* чотирикутника, а відрізки  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  і  $DA$ , що їх сполучають, – *сторонами* чотирикутника.

Вершини чотирикутника, які є кінцями однієї його сторони, називають *сусідніми*, несусідні вершини називають *протилежними*. На мал. 1 вершини  $A$  і  $B$  – сусідні,  $A$  і  $C$  – протилежні.

Сторони чотирикутника, які мають спільну вершину, називають *сусідніми* або *суміжними*, а які не мають спільної вершини, – *протилежними*. На мал. 1 сторони  $AB$  і  $BC$  – сусідні (суміжні), сторони  $AB$  і  $CD$  – протилежні.

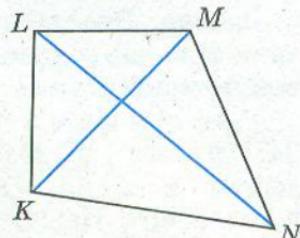


Мал. 1

Суму довжин усіх сторін чотирикутника називають його *периметром*. Периметр позначають літерою  $P$ . Наприклад, периметр чотирикутника  $ABCD$  можна позначити як  $P_{ABCD}$ :

$$P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA.$$

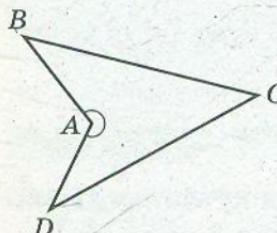
Відрізки, які сполучають протилежні вершини чотирикутника, називають *діагоналями* чотирикутника. На мал. 2 відрізки  $KM$  і  $LN$  – діагоналі чотирикутника  $KLMN$ . Будь-який чотирикутник має дві діагоналі.



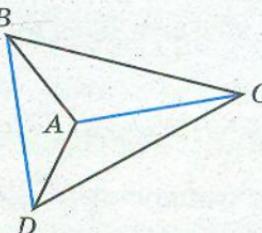
Мал. 2

*Кутами чотирикутника*  $ABCD$  називають кути  $DAB$ ,  $ABC$ ,  $BCD$  і  $CDA$  (мал. 1). Кути чотирикутника називають *протилежними*, якщо їх вершини – протилежні вершини чотирикутника, і *сусідніми*, якщо їх вершини – сусідні вершини чотирикутника. На малюнку 1 кути  $A$  і  $C$  – протилежні,  $A$  і  $B$  – сусідні.

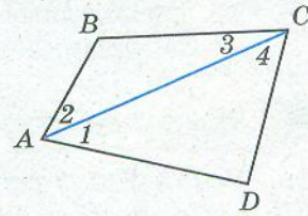
Один з кутів чотирикутника може бути більшим за розгорнутий. Наприклад, на малюнку 3 кут  $A$  чотирикутника  $ABCD$  є більшим за розгорнутий. Такий чотирикутник називають *неопуклим*. Якщо ж усі кути чотирикутника менші від  $180^\circ$ , то його називають *опуклим*. Діагоналі опуклого чотирикутника перетинаються (мал. 2), а неопуклого не перетинаються (мал. 4).



Мал. 3



Мал. 4



Мал. 5

**Теорема (про суму кутів чотирикутника).** Сума кутів чотирикутника дорівнює  $360^\circ$ .

**Доведення.** Нехай  $ABCD$  – деякий чотирикутник. Проведемо в ньому діагональ  $AC$  (мал. 5). Тоді  $\angle A = \angle 1 + \angle 2$ ,  $\angle C = \angle 3 + \angle 4$ . Враховуючи, що  $\angle 2 + \angle B + \angle 3 = 180^\circ$  (як сума кутів  $\triangle ABC$ ),  $\angle 1 + \angle D + \angle 4 = 180^\circ$  (як сума кутів  $\triangle ADC$ ), матимемо:  $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = \angle 1 + \angle 2 + \angle B + \angle 3 + \angle 4 + \angle D = (\angle 2 + \angle B + \angle 3) + (\angle 1 + \angle D + \angle 4) = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$ .  $\blacktriangleleft$