

КЛАСИКИ ПОПУЛЯРИЗАЦІЇ НАУКИ  
Математичні заманинки

Б.А. Кордемський

**Робимо відкриття**  
Книга дев'ята



ТЕРНОПІЛЬ  
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

ББК 22.1я72  
К66

*Загальну серію “Класики популяризації науки” засновано у 2007 році*

**Кордемський Б.А.**

К66 Робимо відкриття. Книга дев'ята: Пер. з рос. / Заг. ред. В.К. Дячуна. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2009. — 48 с; іл. (Класики популяризації науки; Математичні заманинки).

**ISBN 978-966-10-0699-6**

Дев'ята книга із серії «Математичні заманинки» майстра науково-популярної літератури Бориса Анастасійовича Кордемського — збірник математичних мініатюр: різноманітних цікавих есеїв та заманливих задач, які приводять до незвичайних «відкриттів» у царині як чисел, так і фігур.

Усі, хто захоплюється математикою, — незалежно від віку — матимуть можливість потренувати мислення, кмітливість та винахідливість.

ББК 22.1я72

*Охороняється законом про авторське право.*

*Жодна частина цього видання не може бути відтворена в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

ISBN 978-966-408-435-9 (серія)  
ISBN 978-966-10-0699-6

© Луковцева А.К., Фохт О.Б., спадкоємці, 2005  
© Кравчук А.В., Дячун В.К., переклад, 2009  
© Дячун В.К., передмова, примітки, загальна редакція, 2009  
© Навчальна книга – Богдан, макет, художнє оформлення, 2009

## Зміст

Передмова до українського видання .....	4
Передмова до російського видання .....	7
Міні-словничок «відкриттів» первісними школярами .....	9
Гарантована подільність .....	10
Шлях пізнання захоплюючий, але не встелений трояндами .....	10
Із чого починається «відкриття»?.....	13
Швидка фабрикація піфагорових тріад .....	14
Ану ж бо, дівчатка, ану ж бо, хлоп'ятка! .....	16
Чудові квартети .....	17
Три радіуси в одній «запряжці».....	18
Тільки одиниці нам і бракувало.....	19
Несподіване споріднення трьох різних задач.....	19
Феномени серед квадратних чисел .....	22
Курйози гіпотенузи .....	24
Дві фотографії трьох середніх.....	25
Гармонійна послідовність і музичні інтервали .....	29
Ряд із чисел, а сам — не число .....	30
Чотири «відкриття» в одній головоломці .....	32
<b>Розв'язки</b> .....	38

## Передмова до українського видання

Це видання — переклад книги «Математические завлекалки» Б.А. Кордемського (1907–1999 рр.), метра російської науково-популярної літератури, книги, яка, на жаль, виявилася останньою в його значному творчому доробку. А це — ціла низка різноманітних і захоплюючих книг, які, пробуджуючи цікавість до математики, сприяли вихованню математичного мислення, розвитку ініціативи та кмітливості у багатьох поколінь учнів.

У праці, в навчанні, у грі, у будь-якій творчій діяльності людині потрібні, за словами Кордемського, винахідливість, спритність, здогад, уміння міркувати, — усе те, що можна означити одним словом як кмітливість, або ж, рівноцінним, соковитим, — тямущість. Її ж, цю тямущість, можна виховати й розвинути систематичними і поступовими вправами, зокрема, розв'язуванням математичних задач як шкільного курсу, так і задач, що виникають з практики, пов'язаних із спостереженням довколишнього світу речей та явищ, — особливо ж розв'язуванням математичних головоломок, ребусів, задач з інтригуючим змістом. Можливо, в наш прагматичний час елементи «інтриги», «приваби», врешті, «заманювання» відіграють чи не найвирішальнішу роль.

Тепер ось маємо й україномовну версію математичних «заманинок» (до речі, теж своєрідний український «новотвір» — адже слово сконструйоване на основі «заманливого», тобто чогось привабливого, приємного тощо — тут і відлуння діалектної «заманки» — «принади»). У вітчизняному інформаційному просторі оприсутнюються персонажі книги: Жвавчик (в оригіналі «Шустрик») та Мимрик («Мямлік»). Перший — меткий, заповзятливий, спритний. І: розсудливий, дещо стриманий, — другий. В математиці обидва типи особистостей і, отже, підходів потрібні в однаковій мірі — бо, як правило, початкове емоційне сприйняття умови задачі (чи її «інтриги») повинно, врешті, урівноважитись вдумливим, спокійним аналізом усіх можливих розгалужень та варіантів розв'язання цієї задачі.

Дві стихії (знову ж таки, за висловом Кордемського) панують в царині математики — числа й фігури з їхнім нескінченним різноманіттям властивостей і взаємозв'язків. Задача — це майже завжди пошук, розкриття цих властивостей і співвідношень, а засоби її розв'язку — це інтуїція та здогад, ерудиція й володіння методами математики. Стихія чисел і фігур, притаманна математиці, панує, отже, на кожній сторінці кожної із книг цієї серії — починаючи від «усілякої всячини», проходячи через «галерею казок і фантазій», переживаючи «події та пригоди на стежинках математики», розкриваючи «маленькі таємниці чисел та фігур» і, врешті, «роблячи відкриття».

Особливої уваги заслуговує так звана «поетикоарифметика», розсипана по усьому тексту — це і вірші, поетичні уривки, епіграфи, заголовки тощо. На перший погляд, цей «калейдоскоп» може видатись строгому математику за-

йвим чи надто «переобтяженим поезією» — проте, заглибившись у цей поетичний світ чисел та фігур, мимоволі зачаровуєшся магією цієї стихії. Звичайно ж, адекватність перекладу вимагала досить доскіпливого підходу до поетичних текстів, написаних в різні епохи людської історії та й у досить відмінних стилях. Інколи це вимагало до «примітивного» версифікування знаходити такі ж адекватні «примітивності» або ж на уже зроблений переклад з інших мов російською в оригіналі «накладати» український переклад.

Загалом, певні удосконалення розв'язків задач (і це відображено у відповідних примітках), усунення деяких помилок та неточностей, а також проведена стилістична правка тексту, на нашу думку, тільки розширить коло зацікавлених українських читачів цієї захоплюючої книги «заманинок».

В.К. Дячун

## Передмова до російського видання

*Лише забавляючись і вчимося.*

Анатоль Франс

Пропоновані тут математичні мініатюри — цікаві есеї й казочки, фантазії та просто задачі, легкі й важкі, але завжди загальнодоступні, такі, що тренують і шліфують власне мислення, — об'єднані загальною назвою “заманінки”. Звідси й мета книги — улюбити вас, читачів, у найдавнішу, проте вічноквітучу науку — математику, світ якої, не менше, ніж світ живої та неживої природи, повен нерозгаданих і розгаданих таємниць, дивовижних і драматичних явищ, захоплюючих подій та вражаючих відкрить.

Творча активність, спритність, винахідливість та кмітливість досягають найвищої напруги та отримують зразкове тренування, коли думка захоплена прагненням розв'язати задачу, котра зацікавила. Знайдений розв'язок або навіть читання викладеного дотепного розв'язку завжди викликають розумове задоволення, естетичну насолоду.

Легкий гумор фабули, несподіваність ситуації чи розв'язки, спричинюваних розв'язанням задачі, стрункість геометричних форм, вишуканість

розв'язку, під яким розуміють поєднання простоти й оригінальності методів його одержання — ось основні елементи естетики цікавих задач “на кмітливість”, і такі от збудники сил притягання уваги думаючої людини.

Пропонована книга “заманинок” безпосередньо не вчить математиці, але в години вашого активного відпочинку зможете поблукати стежинками математики, піднятіся по сходинках пізнання від нижчої: досвіду, споглядання, накопичення спостережень — до подальшої: розуміння теоретичних основ споглядуваного матеріалу, висновків зі спостережень. Бажаю успіху!

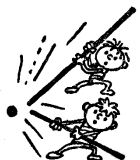
Б.А. Кордемський



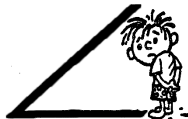
## Міні-словничок «Відкриттів» первісними школярами



**КРУГ** — розбухла точка.



**ТОЧКА** — кут, у якого вирвані сторони.



**КУТ** — найпростіша одиниця покарання.



**БІСЕКТРИСА** — така шуріка лиса, котра бігає по кутах і навпіл їх — Трах!



**ЧЕСКИНЧЕНІСТЬ** — таке місце, де відбувається те, чого не буває.

*Пізнання шлях — авжеж! — не гладкий,  
Та ще зі школи нас пройма:  
Загадок більше, ніж розгадок  
І пошукам кінця нема.\**

Л. Татьяничева

### Гарантована подільність

Різниця  $R - S$  завжди ділиться на 9, де  $R$  — рік народження будь-якого читача моєї книги,  $S$  — сума усіх цифр його року народження.

Не шукайте прикладу, що спростовує це, — його немає, довести ж істинність цього «відкриття» можна.

### Шлях пізнання захоплюючий, але не встелений трояндами

Ще одним підтвердженням цієї істини є «відкриття» Жвавчика, яке схвилювало весь клас і навіть увесь наш ліцей.

Ось як це було. Знадобилося нам прокласти стежку з пункту  $A$  у пункт  $B$  (мал. на с. 11 зверху) з обов'язковим заходом у точку  $C$ , що належить прямій  $PQ$ , але ще не відзначену на ній.

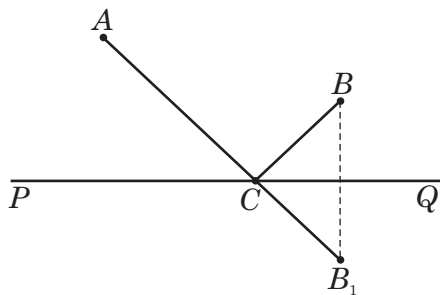
Потрібно було знайти цю точку за умови, що стежка  $AC + CB$  буде найкоротшою.

---

\* Віршовані тексти перекладені В.К. Дячуном



Звичайно, багатьом відома й ця задача, та її розв'язання. Будеться точка  $B_1$ , симетрична точці  $B$  відносно прямої  $PQ$  (див. мал. унизу). Прикладається лінійка до точок  $A$  і  $B_1$ , тоді точка перетину прямих  $AB_1$  та  $PQ$  і є шукана точка  $C$ .



— Доведіть правильність розв'язку, — зажадав учитель.

Ми міркували так: відрізки  $BC$  і  $B_1C$  рівні, отже:

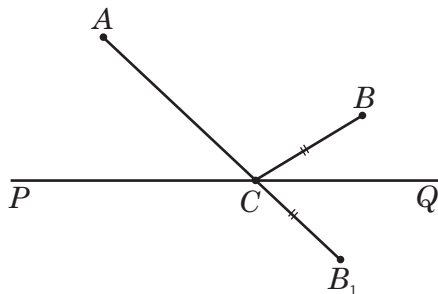
$$AC + BC = AC + B_1C = AB_1;$$

довжина відрізка  $AB_1$  виражає найменшу відстань між точками  $A$  і  $B_1$ , а оскільки  $AC + BC = AB_1$ , то точка  $C$  і є шукана.

На вашу думку: чи достатньо переконливим є наше обґрунтування? Ви міркували б інакше?

Втім, наші хлопці та дівчата й у книгах знайшли аналогічні доведення.

Пройшов день, інший. Ми спокійно чекали чергового уроку геометрії. І раптом... усе пішло шкереберть.



— Попрошу всіх до дошки, — із загадковим тоном вимовив Жвавчик. — Дивіться та дивуйтеся! На такому ж кресленні я беру довільну точку  $C$  прямої  $PQ$ . Продовжую відрізок  $AC$  за точку  $C$  і відкладаю  $CB_1 = CB$  (мал. вгорі). Міркую, як раніш:

$$AC + CB = AC + CB_1 = AB_1,$$

а довжина відрізка  $AB_1$  виражає найменшу відстань між точками  $A$  і  $B_1$ . Отже, і ця точка  $C$  — шукана. Парадокс: будь-яка точка прямої може бути розв'язком задачі!?

У чому ж полягає логічний ґандж нашого початкового, здавалося б, настільки очевидного доведення?