

Тема 1. Властивості дій з дійсними числами. Ознаки подільності. НСД і НСК

Середнім арифметичним певної кількості чисел називають відношення суми цих чисел до їх кількості. Наприклад, для чисел 1, 2 і 3 середнім арифметичним буде 2, тому що $(1 + 2 + 3) : 3 = 2$.

Стандартним виглядом числа a називають запис цього числа у вигляді $b \cdot 10^n$, де $1 \leq b < 10$, $n \in \mathbb{Z}$. Наприклад: $12 = 1,2 \cdot 10$; $532 = 5,32 \cdot 10^2$; $0,04 = 4 \cdot 10^{-2}$.

Відношення та пропорції.

Відношенням двох чисел називають частку цих чисел. Відношення вказує, у скільки разів одне число більше за друге або яку частину одне число становить від другого.

Пропорцією називають рівність двох відношень. Записують пропорцію так: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ або

$a : b = c : d$. Числа a і d називають **крайніми членами пропорції**, b та c — **середніми членами**.

Основна властивість пропорції: добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку середніх її членів: якщо $a : b = c : d$, то $a \cdot d = b \cdot c$.

Дві змінні величини називають **прямо пропорційними**, якщо при збільшенні однієї з них у певну кількість разів друга змінна збільшується в таку саму кількість разів.

Наприклад, якщо за 2 кг яблук потрібно заплатити 20 грн, то за 4 кг — 40 грн.

Дві змінні величини називають **обернено пропорційними**, якщо при збільшенні однієї змінної в певну кількість разів значення другої зменшується в таку саму кількість разів. Наприклад, сторони різних прямокутників однакової площі.

Масштабом називають частку, яка вказує, у скільки разів реальні розміри більші (менші) за розміри на карті або плані. Наприклад, масштаб 1 : 10000 означає, що 1 см на карті або плані відповідає 10000 см = 100 м на місцевості.

Приклад 1. Знайдіть НСД(48; 252).

48	2	252	2
24	2	126	2
12	2	63	3
6	2	21	3
3	3	7	7
1		1	

$$\text{НСД}(48; 252) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12.$$

Відповідь: 12. ●

Приклад 2. Знайдіть НСК(48; 252).

48	2	252	2
24	2	126	2
12	2	63	3
6	2	21	3
3	3	7	7
1		1	

$$\text{НСК}(48; 252) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 1008.$$

Відповідь: 1008. ●

Приклад 3. Троє майстрів одночасно почали виготовляти деталі. Перший майстер на виготовлення однієї деталі затрачає 12 хв, другий — 14 хв, а третій — 21 хв. Через який найменший проміжок часу всі троє майстрів могли б одночасно закінчити виготовлення деталей?

А	Б	В	Г	Д
28 хв	21 хв	84 хв	47 хв	42 хв

● Час, за який майстри одночасно закінчать виготовляти деталі, кратний 12 хв, 14 хв і 21 хв, тобто потрібно знайти НСК чисел 12, 14 і 21. $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$; $14 = 2 \cdot 7$; $21 = 3 \cdot 7$; $\text{НСК}(12; 14; 21) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$ (хв).

Відповідь: В. ●

Приклад 4. Обчисліть $6\frac{9}{16} - \left(2\frac{1}{2} \cdot 3\frac{3}{5} - 1\frac{1}{2}\right) : 2\frac{2}{3}$.

● Обчислимо значення числового виразу діями:

$$1) 2\frac{1}{2} \cdot 3\frac{3}{5} = \frac{5}{2} \cdot \frac{18}{5} = \frac{5 \cdot 18}{2 \cdot 5} = \frac{1 \cdot 9}{1 \cdot 1} = 9;$$

$$2) 9 - 1\frac{1}{2} = \frac{9^2}{1} - \frac{3}{2} = \frac{9 \cdot 2 - 3}{2} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2};$$

$$3) 7\frac{1}{2} : 2\frac{2}{3} = \frac{15}{2} : \frac{8}{3} = \frac{15}{2} \cdot \frac{3}{8} = \frac{15 \cdot 3}{2 \cdot 8} = \frac{45}{16} = 2\frac{13}{16};$$

$$4) 6\frac{9}{16} - 2\frac{13}{16} = 5\frac{25}{16} - 2\frac{13}{16} = 5 - 2 + \frac{25}{16} - \frac{13}{16} = 3 + \frac{25-13}{16} = 3\frac{12}{16} = 3\frac{3}{4}.$$

Відповідь: $3\frac{3}{4}$. ●

Приклад 5. Обчисліть $\left(\frac{1}{4} + 0,5 - \frac{1}{6}\right) \cdot \left(6,4 : \frac{80}{3}\right) + \frac{3}{4}$.

А	Б	В	Г	Д
1,09	0,5	0,99	0,79	0,89

● Обчислимо значення числового виразу:

$$1) \frac{1}{4} + 0,5 - \frac{1}{6} = \frac{1^3}{4} + \frac{1^6}{2} - \frac{1^2}{6} = \frac{3 \cdot 1 + 6 \cdot 1 - 2 \cdot 1}{12} = \frac{3 + 6 - 2}{12} = \frac{7}{12};$$

$$2) 6,4 : \frac{80}{3} = \frac{64}{10} \cdot \frac{3}{80} = \frac{64 \cdot 3}{10 \cdot 80} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 3}{10 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 5} = \frac{6}{25};$$

$$3) \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{25} = \frac{7 \cdot 6^1}{12 \cdot 25} = \frac{7 \cdot 1}{2 \cdot 25} = \frac{7}{50} = 0,14;$$

$$4) 0,14 + \frac{3}{4} = 0,14 + 0,75 = 0,89.$$

Відповідь: Д. ●

Приклад 6. Учень прочитав $\frac{3}{7}$ книжки за 6 год. За який час він прочитає решту книжки, якщо читатиме з такою самою швидкістю?

А	Б	В	Г	Д
5 год	4 год	8 год	7 год	6 год

● Якщо розділити всю книжку на 7 частин, то згідно умови задачі 3 частини учень прочитав за 6 год. Отже, на одну частину учень затрачав $6 : 3 = 2$ (год). Йому залишилося прочитати $7 - 3 = 4$ (частини), тоді він прочитає решту книжки за $4 \cdot 2 = 8$ (год).

Відповідь: В. ●

Приклад 7. Велосипедист подолав відстань між двома містами за 4 год. Знайдіть швидкість велосипедиста, якщо відомо, що якби він рухався зі швидкістю 24 км/год, то затратив би 3 год?

● $S = vt$. Нехай шукана швидкість велосипедиста буде x км/год, тоді $x \cdot 4 = 24 \cdot 3$; $x = \frac{24 \cdot 3}{4}$

$x = 18$ (км/год).

Відповідь: 18 км/год. ●