

С.П. Цуренко

**Багатоваріантні задачі
на трикутники, ромби
і трапеції**

8-9 класи



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

ББК 22.1я72
Ц87

Рецензент
О.О. Васько,
викладач математики Сумського державного педагогічного університету
ім. А. С. Макаренка

Цуренко С.П.

Ц87 Багатоваріантні задачі на трикутники, ромби і трапеції. 8–9 класи. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2012. — 216 с.

ISBN 978-966-10-2249-1

Посібник містить багатоваріантні різнорівневі задачі на рівнобедрені, різносторонні і прямокутні трикутники, а також на ромби і рівнобічні трапеції з курсу геометрії 8–9 класів.

За основу посібника взята розроблена автором методична технологія складання тексту однотипних багатоваріантних задач. Вона дає змогу за допомогою умови однієї задачі збільшити кількість використаних однотипних задач у десятки разів, забезпечити кожного учня окремою задачею.

Для вчителів та учнів середніх навчальних закладів, викладачів і студентів фізико-математичних факультетів вищих навчальних закладів.

ББК 22.1я72

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути використана
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

ISBN 978-966-10-2249-1

© Навчальна книга — Богдан,
майнові права, 2012

Передмова

У посібнику пропонуємо багатоваріантні, трьох рівнів складності, задачі, які можуть бути використані при вивченні наступних тем курсу геометрії 8–9 класів: «Подібність трикутників», «Теорема Піфагора», «Розв'язування прямокутних трикутників», «Площі многокутників», «Розв'язування трикутників», «Правильні многокутники», «Декартові координати на площині», «Геометричні перетворення», «Вектори на площині», «Початкові відомості зі стереометрії», а також на факультативних заняттях з допрофільним і профільним вивченням математики.

До всіх задач наведено відповіді.

У посібнику пропонуються нові підходи до складання текстів задач. Автором розроблена нова методична технологія складання тексту однотипних багатоваріантних задач, яка дає змогу за допомогою умови однієї задачі збільшити кількість використання однотипних задач у десятки разів, забезпечити кожного учня класу окремим варіантом під час написання самостійної або контрольної роботи і прогнозувати відповіді до кожного варіанта, задавати додому контрольні роботи.

Умови задач підібрано так, що числові значення задачі враховують порядковий номер учня в класному журналі або номер варіанта «Допоміжних таблиць геометричних фігур» (30–104 варіанти) (див. Додаток, який розміщений в кінці посібника).

Задачі посібника є універсальними.

При $N = 1$ учитель у своїй роботі може використати їх як однорівні (одноразові), і цим вони будуть схожі на задачі інших авторів навчальних посібників з математики.

При $N = 1, 2, 3$ або 4 ці задачі можна використати як тренувальні вправи для формування в учнів умінь і навичок розв'язування однотипних задач як у класі, так і вдома.

При $N = 1, 2, 3, \dots, 30$ (N — кількість учнів у класі) можна індивідуалізувати домашні завдання з можливим їхнім оцінюванням як

домашні контрольні роботи. Залежно від складу учнів, навчальних можливостей класу, теми й кількості годин, відведених на її вивчення, вчитель може, використовуючи тексти цих задач, задавати різну кількість варіантів на самостійній або класній контрольній роботі, змінювати порядкові номери тощо.

Детально ознайомитися з технологією складання тексту однотипних багатоваріантних задач із використанням порядкового номера учня в класному журналі читач може у таких дослідженнях.

НАВЧАЛЬНІ ПОСІБНИКИ

1. Цуренко С.П. Дидактичні матеріали з математики. З досвіду проведення самостійних робіт. — Тернопіль : Астон, 2002. — 104 с.
2. Цуренко С.П. Багатоваріантні контрольні, самостійні, класні і домашні роботи. Алгебра і початки аналізу. Геометрія. 11 клас. Тематичне оцінювання. — Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2004. — 88 с.
3. Цуренко С.П. Інформатика. Програмування. 10—11 класи. Тематичне оцінювання: Навчальний посібник. — Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2004. — 128 с.
4. Цуренко С.П. Багатоваріантні контрольні, самостійні, класні і домашні роботи. Алгебра. Геометрія. 8 клас. Тематичне оцінювання. — Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2004. — 80 с.
5. Цуренко С.П. Багатоваріантні контрольні, самостійні, класні і домашні роботи. Алгебра і початки аналізу. Геометрія. 10 клас: Тематичне оцінювання. — Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2004. — 72 с.
6. Цуренко С.П. Багатоваріантні контрольні, самостійні, класні і домашні роботи. Алгебра. Геометрія. 7 клас. Тематичне оцінювання. — Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2005. — 80 с.
7. Цуренко С.П. Збірник задач з геометрії. 8–9 класи. Багатоваріантні різнорівневі однотипні табличні задачі. — Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2010. — 88 с.

СТАТТІ С.П. ЦУРЕНКА У НАУКОВО-МЕТОДИЧНОМУ ЖУРНАЛІ «Математика в школах України», Харків, видавнича група «Основа»

1. Багатоваріантні різнорівневі однотипні задачі на рівнобедрені трикутники. №19–21, липень 2006. — 30 с.

2. Багатоваріантні різнорівневі однотипні задачі на рівнобічні трапеції і різносторонні трикутники. №19–21, липень 2006. — 19 с.
3. Багатоваріантні різнорівневі однотипні тренувальні вправи з теми «Застосування похідної. 11 клас». №29, жовтень 2006. — 8 с.
4. Багатоваріантні різнорівневі однотипні вправи з теми «Показникова функція. 10 клас». №36, грудень 2006. — 6 с.
5. Багатоваріантні різнорівневі однотипні вправи з теми «Степова функція. 10 клас». №35, грудень 2006. — 6 с.
6. Багатоваріантні різнорівневі однотипні вправи з теми «Перпендикуляр і похила. Кут між похилою і площиною. 10 клас». №35, грудень 2006. — 4 с.
7. Багатоваріантні різнорівневі однотипні вправи з теми «Елементи комбінаторики. 11 клас». №2, січень 2007. — 6 с.
8. Багатоваріантні різнорівневі однотипні вправи з теми «Координати у просторі. 10 клас». №5, лютий 2007. — 5 с.
9. Багатоваріантні різнорівневі однотипні тренувальні вправи з теми «Теорія ймовірності. Статистика. 11 клас». №9, березень 2007. — 2 с.
10. Багатоваріантні однотипні тренувальні вправи з теми «Рівняння. Системи рівнянь. 6,7 класи». №19–21, липень 2007. — 13 с.
11. Багатоваріантні різнорівневі однотипні тренувальні вправи з теми «Квадратні рівняння. 8 клас». №19–21, липень 2007. — 15 с.
12. Багатоваріантні різнорівневі однотипні тренувальні вправи з теми «Розв'язання трикутників. 9 клас». №19–21, липень 2007. — 12 с.
13. Багатоваріантні різнорівневі однотипні тренувальні вправи з теми «Тригонометричні функції. Формули тригонометрії. Тригонометричні рівняння та нерівності. 10 клас». №19–21, липень 2007. — 5 с.
14. Багатоваріантні різнорівневі однотипні тренувальні вправи з теми «Вступ до стереометрії. Паралельність прямих і площин. Паралельність площин. 10 клас». №19–21, липень 2007. — 5 с.
15. Багатоваріантні різнорівневі однотипні тренувальні вправи з теми «Неперервність функції та похідна. Фізичний і геометричний зміст похідної. 11 клас». №19–21, липень 2007. — 8 с.
16. Багатоваріантні різнорівневі однотипні тренувальні вправи з теми «Призми. 11 клас». №19–21, липень 2007. — 20 с.

знайдіть координати точки $K(x; y)$, щоб скалярний добуток \overline{OK} і \overline{AD} дорівнював нулю. Обчисліть $|\overline{O_1K}|$.

Відповідь. $K(-2, 92 + N; -0, 56 + N), |\overline{O_1K}| = 2, 4$.

239.** Вершини чотирикутника знаходяться в точках $A(-1 + N; 2 + N)$, $B(2 + N; -2 + N)$, $C(-1 + N; -6 + N)$, $D(-4 + N; -2 + N)$. Точка O_1 — точка перетину діагоналей чотирикутника. На стороні DC знайдіть точку $P(x; y)$, щоб вектори \overline{OP} і \overline{DC} були перпендикулярними.

Відповідь. $P(-2, 92 + N; -3, 44 + N)$.

240.** Вершини чотирикутника знаходяться в точках $A(-1 + N; 2 + N)$, $B(2 + N; -2 + N)$, $C(-1 + N; -6 + N)$, $D(-4 + N; -2 + N)$. Точка O_1 — точка перетину діагоналей чотирикутника. На стороні BC знайдіть точку $E(x; y)$, щоб кут між векторами $\overline{O_1E}$ і \overline{BC} дорівнював $\frac{\pi}{2}$.

Відповідь. $E(0, 92 + N; -3, 44 + N)$.

241.** Вершини чотирикутника знаходяться в точках $A(-1 + N; 2 + N)$, $B(2 + N; -2 + N)$, $C(-1 + N; -6 + N)$, $D(-4 + N; -2 + N)$. Знайдіть координати точок перетину чотирикутника і кола $(x + 1 + N)^2 + (y + 2 - N)^2 = 5, 76$.

Відповідь. $(0, 92 + N; -0, 56 + N)$, $(-2, 92 + N; -0, 56 + N)$,
 $(-2, 92 + N; -3, 44 + N)$, $(0, 62 + N; -3, 44 + N)$.

Використовуючи числові значення табл. 5 і табл. 5А, можна скласти тексти багатоваріантних однотипних різнорівневих задач із спрогнозованими відповідями з курсу стереометрії. Для прикладу розглянемо тексти деяких стереометричних багатоваріантних задач як із використанням порядкового номера в класному журналі, так і без нього.

242*. Катети прямокутного трикутника дорівнюють a і b . Відстані від точки простору до вершин трикутника дорівнюють по $R\sqrt{2}$. Знайдіть відстань від цієї точки до площини трикутника (числові значення a, b, R вибираються вчителем із табл. 5).

Відповідь. R .

Розв'язання цих однотипних задач (52 варіанти) зводиться до знаходження числових значень відстаней, які після нескладних об-

числень будуть чисельно дорівнювати радіусам кіл, описаних навколо трикутника, що обчислені у табл. 5.

Це дає змогу вчителю чи учню швидко перевірити правильність розв'язання кожної із 52 задач, звіряючи знайдені числові значення R з координатами у табл. 5.

243*. Діагоналі ромба дорівнюють $d_1 = 2a$, $d_2 = 2b$. Відстань від точки простору до сторін трикутника дорівнюють $r_p\sqrt{2} = h_e\sqrt{2}$. Знайдіть відстань від цієї точки до площини трикутника (числові значення a, b, h_e вибираються вчителем чи учнем із табл. 5 або числові значення d_1, d_2 і r_p можна вибрати й із табл. 5А).

Відповідь. $r_p = h_e$.

Розв'язання цих однотипних задач (52 варіанти) зводиться до знаходження числових значень відстаней, які будуть чисельно дорівнювати радіусам кіл, вписаних у ромби, що обчислені у табл. 5 (h_e) або у табл. 5А (r_p). Велика кількість однотипних задач дає можливість учителю індивідуалізувати навчання, забезпечити кожного учня окремим варіантом при написанні самостійної або контрольної роботи, збільшити ресурс тренувальних вправ.

244*. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник з катетом $4N$ см. Середня лінія трикутника, яка відповідає меншій стороні трикутника, дорівнює $1,5N$ см. Знайдіть бічне ребро піраміди, якщо всі її бічні ребра нахилені до площини основи під кутом 60° .

Відповідь. $2RN$ см = $5N$ см.

245*. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник з гіпотенузою $5N$ см і катетом $3N$ см. Усі двогранні кути при основі піраміди дорівнюють по 60° . Знайдіть апофему піраміди.

Відповідь. $2rN$ см = $2N$ см.

246*. Основою піраміди є прямокутний трикутник з гіпотенузою $5N$ см і медіаною більшого гострого кута $N\sqrt{13}$ см. Усі двогранні кути при основі піраміди рівні. Знайдіть величину двогранного кута при основі піраміди, якщо площа бічної поверхні піраміди дорівнює $12N^2$ см².

Відповідь. 60° .

247*. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник із катетами $3N$ см і $4N$ см. Усі двогранні кути при основі піраміди дорівнюють по 45° . Знайдіть висоту піраміди.

Відповідь. rN см = N см.

248.** Основою піраміди є прямокутний трикутник площею $6N^2$ см² і медіаною меншого гострого кута $0,5\sqrt{73}N$ см. Знайдіть бічне

Бібліографічна довідка

Народився 1 квітня 1949 р. у м. Лебедин Сумської області. У 1970 р. з відзнакою закінчив Сумський державний педагогічний інститут ім. А.С. Макаренка.

Учитель-методист. Відмінник освіти України.

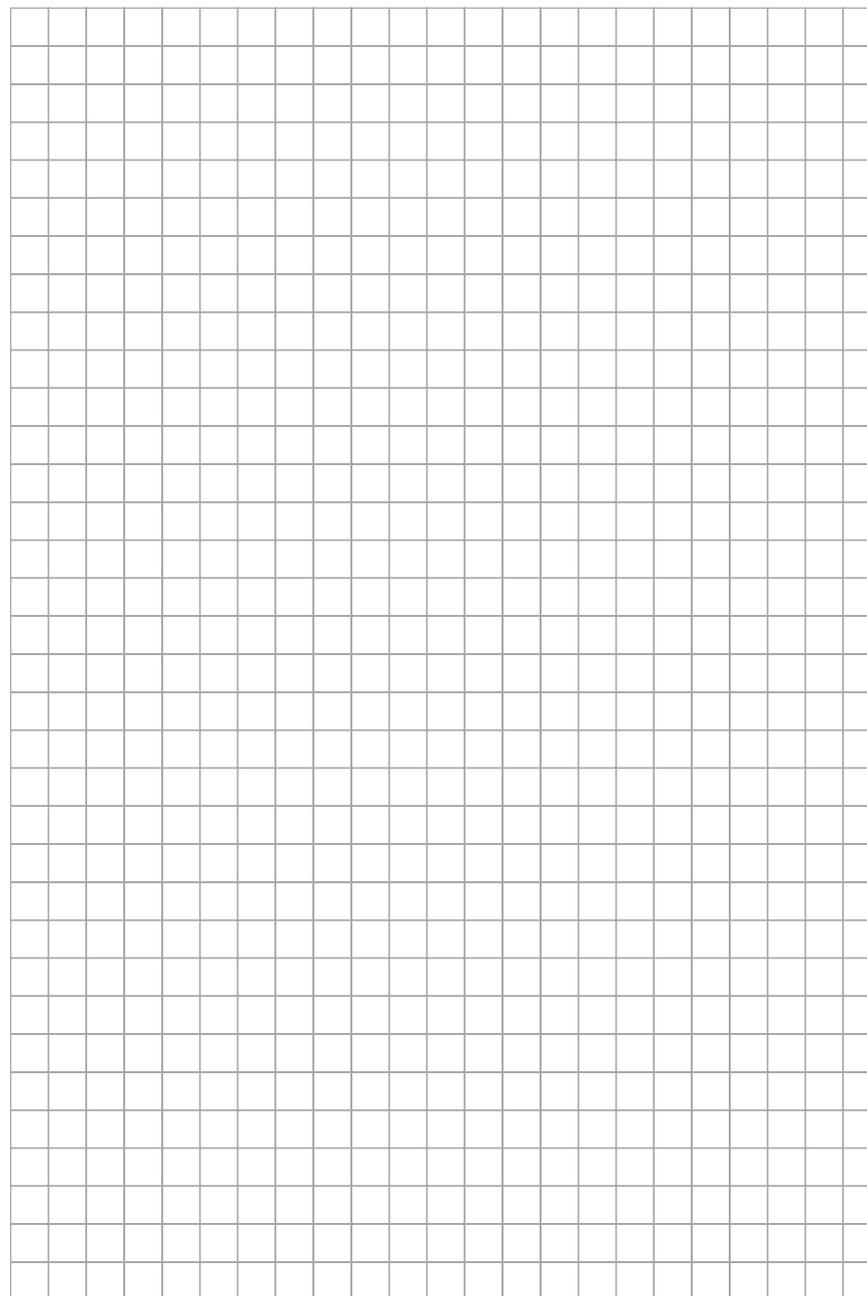
На даний час викладає математику в Краснопільській ЗОШ І-ІІІ ступенів та в Краснопільській вечірній школі смт Краснопілля Сумської області.

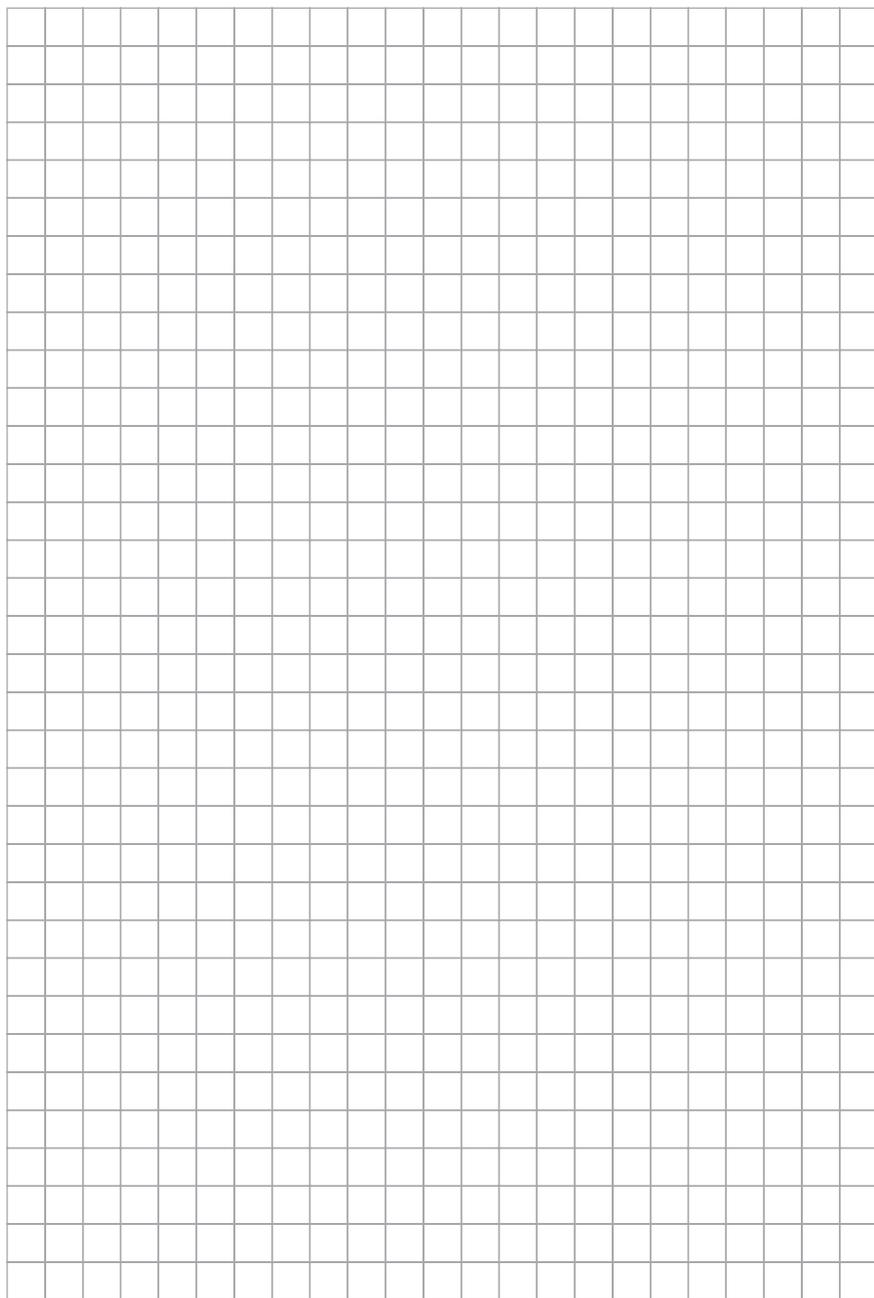
Наприкінці 80-х і на початку 90-х років розробляв програмні педагогічні продукти для побутового комп'ютера БК-0010.01, які спеціалізованими кооперативами і заводом-виготовлювачем КУВТ-86 (м. Павловський Посад Московської обл.) тиражувались по Радянському Союзу.

Автор нової методичної технології складання тексту однотипних багатоваріантних задач.

У творчому доробку автора — 6 навчальних посібників з математики і 1 — з інформатики, 22 статті з математики. Чотири авторські статті можна проглянути на сайті www.ruthenia.info в розділі «Бібліотека» або безпосередньо за адресою www.ruthenia.info/text/index.htm

Остання робота автора – унікальний посібник “Збірник задач з геометрії. 8–9 класи» — за кількістю варіантів (30–104 варіанти) і компактним записом текстів і відповідей, які розміщені в таблицях, не має аналогів.





Зміст

Передмова.....	3
Багатоваріантні різнорівневі однотипні задачі на рівнобедрені трикутники	7
Багатоваріантні різнорівневі однотипні задачі на рівнобічні трапеції і різносторонні трикутники	55
Багатоваріантні різнорівневі однотипні задачі на прямокутні трикутники і ромби	88
Багатоваріантні різнорівневі однотипні табличні задачі на рівнобічні трапеції, в яких діагоналі є бісектрисами гострих кутів	126
Багатоваріантні різнорівневі однотипні описові задачі на рівнобічні трапеції, в яких діагоналі є бісектрисами гострих кутів	132
Багатоваріантні різнорівневі однотипні табличні задачі на рівнобічні трапеції, в яких діагоналі є бісектрисами тупих кутів	153
Багатоваріантні різнорівневі однотипні описові задачі на рівнобічні трапеції, в яких діагоналі є бісектрисами тупих кутів	160
Додаток. Допоміжні задачі з геометрії	175
<i>Таблиця 1.</i> Таблиця рівнобедрених трикутників	175
<i>Таблиця 2.</i> Таблиця рівнобічних трапецій	184
<i>Таблиця 3.</i> Таблиця різносторонніх трикутників	187
<i>Таблиця 4.</i> Таблиця рівнобічних трапецій, в які можна вписати коло ...	192
<i>Таблиця 5.</i> Таблиця прямокутних трикутників	195
<i>Таблиця 6.</i> Таблиця різносторонніх трикутників	199
<i>Таблиця 7.</i> Таблиця рівнобічних трапецій, в яких діагоналі є бісектрисами гострих кутів	204
<i>Таблиця 8.</i> Табличні задачі на рівнобічні трапеції, в яких діагоналі є бісектрисами гострих кутів.	207
<i>Таблиця 9.</i> Таблиця рівнобічних трапецій, в яких діагоналі є бісектрисами тупих кутів	208
<i>Таблиця 10.</i> Табличні задачі на рівнобічні трапеції, в яких діагоналі є бісектрисами тупих кутів	211
Бібліографічна довідка	212



Навчальне видання

ЦУРЕНКО Сергій Павлович

**БАГАТОВАРІАНТНІ ЗАДАЧІ НА ТРИКУТНИКИ,
РОМБИ І ТРАПЕЦІЇ
8–9 КЛАСИ**

Головний редактор *Богдан Будний*

Редактор *Володимир Дячун*

Художник обкладинки *Ростислав Крамар*

Дизайн та комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*

Підписано до друку 1.09.2011. Формат 60×84/16. Папір офсетний.
Гарнітура Century SchoolBook. Умовн. друк. арк. 25,11. Умовн. фарбо-відб. 25,11.

Видавництво «Навчальна книга – Богдан»

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців

ДК №370 від 21.03.2001 р.

Навчальна книга – Богдан, а/с 529,

просп. С. Бандери, 34а, м. Тернопіль, 46008

тел./факс (0352) 52-19-66; 52-06-07; 52-05-48

(067) 350-18-70; (066) 727-17-62

publishing@budny.te.ua, office@bohdan-books.com

www.bohdan-books.com

ISBN 978-966-10-2249-1



9 | 789661 | 022491