

## § 1. Подільність натуральних чисел

### 1. Дільники і кратні

1. 1) Число 6 є дільником числа 24, оскільки 24 ділиться націло на 6.  
2) Число 6 не кратне числу 24, оскільки 6 не ділиться націло на 24.  
3) Число 5 не є дільником числа 51, оскільки  $51 : 5 = 10$  (остача 1), тобто 51 націло на 5 не ділиться.  
4) Число 9 є дільником числа 99, оскільки 99 ділиться націло на 9.  
5) Число 18 є кратним числа 3, оскільки  $18 = 6 \times 3$ .  
6) Число 28 не є кратне числу 8, оскільки 28 не ділиться націло на 8 ( $28 : 8 = 3$  (остача 4)).
2. 1) Дільниками числа 24 є числа: 2, 3, 4, 6, 8, 12;  
2) кратними числа 6 є числа: 6, 12, 18, 30;  
3) дільниками чисел 20 і 24 є числа: 2, 4;  
4) дільниками числа 24 і кратними числа 4 є числа: 4, 8, 12.
3. 1) Найбільшим дільником числа 19 735 є само це число 19 735;  
2) найменшим дільником числа 19 735 є число 1;  
3) найменше кратне числа 19 735 є число 19 735.
4. 1) Дільники числа 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18;  
2) дільники числа 8: 1, 2, 4, 8;  
3) дільники числа 13: 1, 13;  
4) дільники числа 56: 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56.
5. 1) Дільники числа 30: 1, 2, 3, 5, 6, 15, 30;  
2) дільники числа 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12;  
3) дільники числа 23: 1, 23;  
4) дільники числа 72: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72.
6. 1) Числа, які кратні числу 7: 7, 14, 21, 28, 35;  
2) числа, які кратні числу 30: 30, 90, 150, 180, 270;

3) числа, які кратні числу 100: 100, 300, 500, 700, 800;

4) числа, які кратні числу 34: 34, 68, 136, 204, 272.

7. 1) Числа, які кратні числу 16: 16, 32, 48, 80;

2) числа, які кратні числу 12: 12, 36, 48, 96;

3) числа, які кратні числу 150: 150, 450, 600, 750;

4) числа, які кратні числу 47: 47, 94, 235, 329.

8. 1) Числа, які є кратними числу 4: 28, 36, 48, 64, 92, 100, 108;

2) числа, які не є кратними числу 6: 28, 64, 92, 100, 110.

9. 1) Ні. Якщо сума натуральних чисел  $a$  і  $b$  ділиться націло на 5, то не обов'язково кожне з чисел  $a$  і  $b$  ділиться націло на 5. Наприклад:

а)  $a = 2, b = 3, a + b = 2 + 3 = 5$ ;

б)  $a = 1, b = 4, a + b = 1 + 4 = 5$ ;

в)  $a = 10, b = 35, a + b = 10 + 35 = 45$ ;

г)  $a = 40, b = 15, a + b = 40 + 15 = 55$ .

В прикладах а) і в) сума чисел  $a$  і  $b$  ділиться на 5, а кожне з них не ділиться націло на 5.

В прикладах в) і г) сума чисел  $a$  і  $b$  ділиться націло на 5 і кожне з чисел  $a$  і  $b$  теж ділиться на 5.

2) Ні. Якщо сума натуральних чисел  $a$  і  $b$  ділиться націло на 5 і одне з чисел ділиться на 5, то друге число теж ділиться на 5.

Наприклад:  $a = 5, b = 10, a + b = 5 + 10 = 15$ .

10. Твердження може бути і правильним і неправильним. Наприклад:

1)  $a = 19, b = 15$ ;  $a$  і  $b$  не діляться націло на 11, їх сума  $a + b = 19 + 15 = 34$  теж не ділиться націло на 11;

2)  $a = 41, b = 25$ ;  $a$  і  $b$  не діляться націло на 11, їх сума  $a + b = 41 + 25 = 66$  ділиться націло на 11.

11. 1) Дільниками кожного з чисел 15 і 20 є числа: 1, 5;

2) дільниками кожного з чисел 7 і 21 є числа: 1, 7;

- 3) дільниками кожного з чисел 24 і 36 є числа: 1, 3, 2, 4, 6, 12;
- 4) дільниками кожного з чисел 20 і 21 є число 1.
12. 1) Дільниками кожного з чисел 12 і 18 є числа: 1, 2, 3, 6;
- 2) дільниками кожного з чисел 60 і 90 є числа: 1, 2, 3, 5, 10, 15, 20, 30;
- 3) дільниками кожного з чисел 22 і 35 є число 1;
- 4) дільниками кожного з чисел 9 і 27 є числа: 1, 3, 9.
13. 1) Кратним кожного з чисел 3 і 4 є число 12;
- 2) кратним кожного з чисел 6 і 12 є число 36;
- 3) кратним кожного з чисел 4 і 6 є число 24.
14. 1) Кратним кожного з чисел 5 і 9 є число 90;
- 2) кратним кожного з чисел 8 і 32 є число 64;
- 3) кратним кожного з чисел 8 і 12 є число 24.
15. 1) Двоцифрові числа, кратні 19: 19, 38, 57, 76, 95;
- 2) трицифрові числа, кратні 105: 105, 210, 315, 420, 525, 630, 735, 840, 945.
16. Двоцифрові числа, які кратні 23: 23, 46, 69, 92.
17. При  $x = 20$ ,  $x = 24$ ,  $x = 28$ ,  $x = 32$  нерівність  $18 < x < 36$  буде правильною.
18. При  $x = 30$ ,  $x = 36$ ,  $x = 42$ ,  $x = 48$ ,  $x = 54$  нерівність  $25 < x < 60$  буде правильною.
19. При  $x = 8$ ,  $x = 10$ ,  $x = 16$ ,  $x = 20$  нерівність  $7 < x < 40$  буде правильною.
20. При  $x = 49$  нерівність  $14 < x < 50$  буде правильною.
21. 198. Таких чисел безліч.
22. 36, 72. Таких чисел тільки два.
23. 1) Так, наприклад,  $a = 12$  кратне 6 і кратне 3;
- 2) ні, наприклад,  $a = 9$  кратне 3, але не кратне 6;

- 3) так, наприклад,  $a = 12$  кратне 3, 4 і 12;
- 4) так, наприклад,  $a = 12$  кратне 4, 6, але не є кратним 24.
24. 1) Натуральні числа, для яких кратним буде число 65: 5, 13, 65; 65, 5, 13; 5, 65, 13; 65, 13, 5; 13, 65, 5; 13, 5, 65.
- 2) Натуральні числа, для яких кратним буде число 121: 1, 11, 121; 1, 121, 11; 11, 1, 121; 11, 121, 1; 121, 1, 11; 121, 11, 1.
25.  $a = 7m + 4$ ;  $a + b = 7n$ ;  $b = 7n - a = 7n - (7m + 4) = (7n - 7m) - 4 = (7n - 7m) - (7 - 3) = (7n - 7m - 7) + 3 = 7(n - m - 1) + 3$ .  
Відповідь: число  $b$  при діленні на 7 повинно мати остачу 3.
26.  $a = 9m + 5$ ;  $a - b = 9n$ ;  $b = a - 9n = -9m + 5 - 9n = (9m - 9n) + 5 = 9(m - n) + 5$ .  
Відповідь: число  $b$  при діленні на 9 повинно мати остачу 5.
27. 1) Значення виразу  $15n$  кратне числу 3 при  $n = 1, 2, 3, \dots$ ;
- 2) значення виразу  $15n$  кратне числу 5 при  $n = 1, 2, 3, \dots$ ;
- 3) значення виразу  $15n$  кратне числу 10 при  $n = 2, 4, 6, 8, \dots$ ;
- 4) значення виразу  $15n$  кратне числу 11 при  $n = 11, 22, 33, \dots$
28. 1) Для того, щоб  $3n + 2$  було кратне 2, треба щоб кожний із доданків був кратним 2. Оскільки 2 кратне 2, то  $3n$  буде кратне 2, якщо  $n = 2, 4, 6, 8, \dots$ .
- 2) Для того, щоб  $4n + 3$  було кратне 3, треба щоб  $4n$  було кратне 3. Отже,  $n = 3, 6, 9, \dots$ .
29. 1)  $\overline{aa} = 10a + a = 11a$ . Оскільки  $11a$  ділиться націло на 11, то  $\overline{aa}$  кратне 11.
- 2)  $\overline{aaa} = 100a + 10a + a = 111a = 37 \cdot 3a$ . Оскільки  $37 \cdot 3a$  ділиться націло на 37, то  $\overline{aaa}$  кратне 37.
30. Якщо до одноцифрового числа  $a$  дописати цифру  $b$ , то отримаємо двоцифрове число  $\overline{ab}$  або  $\overline{ba}$ .  $\overline{ab} = 41a$  або  $\overline{ba} = 41a$ .  
Числа  $\overline{ab}$  і  $\overline{ba}$  кратні 41, тому  $a = 1$  або  $a = 2$ .  $41 \cdot 1 = 41$ ;  $41 \cdot 2 = 82$ .

**Відповідь:** до числа 1 ліворуч дописали цифру 4, або до числа 2 ліворуч дописали цифру 8.

**31.** Нехай  $\overline{ab} = 10a + b$  — дане двоцифрове число, тоді  $17a = 10a + b$  або  $17b = 10a + b$ .

Якщо  $a = 1$ , то  $17 = 10 \cdot 1 + 7$ ;  $b = 7$ .

Якщо  $a = 2$ , то  $34 = 10 \cdot 2 + 14$ ; 14 — двоцифрове число.

Якщо  $a = 3$ , то  $51 = 10 \cdot 3 + 21$ ; 21 — двоцифрове число.

Якщо  $a = 4$ , то  $68 = 10 \cdot 4 + 28$ ; 28 — двоцифрове число.

Якщо  $a = 5$ , то  $85 = 10 \cdot 5 + 35$ ; 35 — двоцифрове число.

Якщо  $a = 6$ , то 102 — трицифрове число.

Якщо  $b = 1$ , то  $17 \cdot 10 \cdot 1 + 1$ .

Якщо  $b = 2$ , то  $34 \cdot 10 \cdot 2 + 2$ .

Якщо  $b = 3$ , то  $51 \cdot 10 \cdot 3 + 3$ .

Якщо  $b = 4$ , то  $68 \cdot 10 \cdot 4 + 4$ .

Якщо  $b = 5$ , то  $85 = 10 \cdot 8 + 5$ .

Якщо  $b = 6$ , то 102 — трицифрове число.

**Відповідь:** у числа 17 закреслили цифру 7; у числі 85 закреслили цифру 8.

### Вправи для повторення

**32.** 1)  $1804 - 988 = 816$  (р.) — через стільки ж років після відкриття першої школи на Русі відкрито першупшколу в Україні;

2)  $1964 - 988 = 976$  (р.) — на стільки ж років наша школа молодша від першої школи.

**Відповідь:** 816 р.; 976 р.

**33.** 1)  $0,2a \times 50b = (0,2 \times 50) \times a \times b = 10ab$ .

Якщо  $a = 4$ ,  $b = 3,6$ :  $10ab = 10 \times 4 \times 3,6 = 144$ ;

2)  $0,4x \times 25y = (0,4 \times 25) \times x \times y = 10xy$ .

Якщо  $x = 2,4$ ,  $y = 3$ :  $10xy = 10 \times 2,4 \times 3 = 30 \times 2,4 = 72$ .

**34.** 1)  $2,48x + 3,52x = 1,26$ ;  $x(2,48 + 3,52) = 1,26$ ;  $6x = 1,26$ ;  $x = 1,26 : 6$ ;  $x = 0,21$ ;

$$\begin{array}{r} 1,26 \overline{) 6} \\ \underline{-12} \phantom{0} \\ 6 \\ \underline{-6} \\ 0 \end{array}$$

2)  $4,63x + 3,37x = 1,92$ ;  $x(4,63 + 3,37) = 1,92$ ;  $8x = 1,92$ ;  $x = 1,92 : 8$ ;  $x = 0,24$ .

$$\begin{array}{r} 1,92 \overline{) 8} \\ \underline{-16} \phantom{0} \\ 32 \\ \underline{-32} \\ 0 \end{array}$$

**35.** 1)  $7,8 \times 6 = 46,8$  (кг) — помідорів завезли до школи;

2)  $146 - 46,8 = 99,2$  (кг) — огірків завезли до школи;

3)  $99,2 : 8 = 12,4$  (кг) — огірків в кожному ящику.

**Відповідь:** 12,4 кг.

**36.** 1)  $278 - 200 + 70 + 8$ ;

2)  $5093 = 5000 + 90 + 3$ .

**37.** 1)  $429 : 2 = 214$  (остача 1);

2)  $5001 : 2 = 2500$  (остача 1);

3)  $768 : 10 = 76$  (остача 8);

4)  $9123 : 10 = 912$  (остача 3);

5)  $134 : 5 = 26$  (остача 4);

6)  $2887 : 5 = 573$  (остача 2).

**38.** 1)  $83 - 7 \times 11 + 6$ ; 2)  $171 - 17 \times 10 + 1$ .

**39.** Складемо рівносторонній трикутник (1).



Будуємо три рівносторонні трикутники із спільними бічними сторонами, основами яких є сторони трикутника (1).

### 2. Ознаки подільності на 10, на 5 і на 1

**40.**

Число	24	53	60	78	79	96	142	241	495	7207
Парне число	+	-	+	+	-	+	+	-	-	-

**41.** 1) Націло на 2 діляться числа: 34, 860, 648, 8216, 1020, 246 370;

2) націло на 5 діляться числа: 435, 860, 5485, 2405, 1020, 246 370;

3) націло на 10 діляться числа: 860, 1020, 246 370.

42. 1) Числа, які не діляться націло на 2: 395, 943, 2625, 7121;

2) числа, кратні 10: 760, 1260;

3) числа, які діляться націло на 5, але не діляться націло на 10: 395, 2625.

43. 1) Так; 2) ні; 3) так; 4) ні; 5) так; 6) так; 7) ні.

44. 1) 275, 277, 279, 281, 283, 285, 287, 289;

2) 2727, 2729, 2731, 2733, 2735.

45. 1) 136, 138, 140, 142, 144, 146, 148, 150, 152, 154, 156, 158;

2) 490, 492, 494, 496, 498, 500.

46. 1) 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70;

2) 3725, 3730, 3735, 3740, 3745, 3750.

47. 1) 280, 290, 300, 310;

2) 1470, 1480, 1490, 1500.

48. 3075, 3750, 3705, 3570, 5370, 5730, 7305, 7350, 7035, 7530.

49. 1) До числа 793, щоб отримати число кратне 2, праворуч можна дописати цифри: 0, 2, 4, 6, 8. Тоді отримаємо числа 7930, 7932, 7934, 7936, 7938, які кратні 2.

2) До числа 793, щоб отримати число кратне 5, праворуч можна дописати цифри: 0 або 5. Тоді отримаємо числа 7930 і 7935, які кратні числу 5.

3) До числа 793, щоб отримати число кратне 10, праворуч можна дописати цифру 0. Тоді отримаємо число 7930, яке кратне 10.

50. 1) 9876; 2) 98 765; 3) 987 650.

51. 1) Шість перших натуральних чисел, що є кратними 100: 100, 200, 300, 400, 500, 600.

Якщо натуральне число закінчується двома цифрами 0, то число ділиться на 100.

2) Вісім перших натуральних чисел, що є кратними 25: 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175, 200.

Якщо дві останні цифри натурального числа діляться на 25 або нулі, то дане натуральне число ділиться на 25.

52. Оскільки на 5 діляться тільки ті натуральні числа, які закінчуються цифрою 5, то значення виразу  $x - 32$  повинно дорівнювати числу, яке закінчується цифрою 5, а це можливо, коли  $x = 97$ .

53. Для того, щоб число було кратним 10, воно повинно закінчуватися цифрою 0. Отже, значення виразу  $327 + y$  повинно дорівнювати числу, яке закінчується цифрою 0, а це можливо, коли  $y = 103$ .

54. Ні. Число записане тільки одиницями — непарне, а тільки двійками — парне.

55. 1) Так:  $22 : 11 = 2$ ;

2) ні, оскільки число, записане тільки одиницями не ділиться на 5.

56. 1) Добуток буде парним числом;

2) ні, не обов'язково, наприклад,  $5 \cdot 7 = 35$  — непарне число.

57. 1) Оскільки сума непарної кількості непарних доданків непарне число, то сума 7 натуральних доданків буде непарною.

2) Оскільки сума парної кількості непарних доданків парне число, то сума 7 доданків буде парною.

58. Якби всі доданки були непарними, то їх сума теж була б непарною. За умовою задачі сума дорівнює 1000. Отже, серед цих чисел є парні числа. Отже, можна стверджувати, що добуток цих доданків парне число.

59. Не можна, тому що сума, яка складається з 5 купок непарної кількості яблук — число непарне, а треба було розкласти 50 яблук.

60. Такого прямокутника не існує, тому що з двох послідовних натуральних чисел одне парне, а одне непарне. Отже, їх добуток є парним числом, а число 12 345 непарне.

61. 1)  $2n$  — парне число;

2)  $2n + 1$  — непарне число;

3)  $n(n + 1)$  — парне число;