

## § 1

# ПОВТОРЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ З КУРСУ АЛГЕБРИ 7 КЛАСУ

1.

## Лінійне рівняння з однією змінною. Цілі вирази

Поновіть у пам'яті зміст пунктів 1–8 на с. 347–349.

**ПРИКЛАД 1** Розв'яжіть рівняння  $(a - 3)x = a - 3$ .

*Розв'язання.* При  $a = 3$  рівняння набуває вигляду  $0x = 0$ . У цьому випадку його коренем є будь-яке число.

При  $a \neq 3$  маємо:  $a - 3 \neq 0$ . Тоді  $x = \frac{a-3}{a-3}$ , тобто  $x = 1$ .

*Відповідь:* якщо  $a = 3$ , то  $x$  — будь-яке число; якщо  $a \neq 3$ , то  $x = 1$ . ▲

**ПРИКЛАД 2** Розв'яжіть рівняння  $|2x - 3| = 5$ .

*Розв'язання.* Знайдемо числа, модуль яких дорівнює 5. Це лише числа 5 і -5. Ураховуючи це, маємо:

$$2x - 3 = 5 \text{ або } 2x - 3 = -5;$$

$$2x = 8 \text{ або } 2x = -2;$$

$$x = 4 \text{ або } x = -1.$$

*Відповідь:* 4; -1. ▲

**ПРИКЛАД 3** Порівняйте значення виразів  $127^{23}$  і  $513^{18}$ .

*Розв'язання.* Маємо:  $127^{23} < 128^{23} = (2^7)^{23} = 2^{161} < 2^{162} = (2^9)^{18} = 512^{18} < 513^{18}$ .

Отже,  $127^{23} < 513^{18}$ . ▲

**ПРИКЛАД 4** Знайдіть значення виразу

$$(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1) - 2^{64}.$$

*Розв'язання.* Очевидно, що даний вираз дорівнює такому:

$$(2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1) - 2^{64} = \\ = (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1) - 2^{64} =$$

$$= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1) - 2^{64} = \\ = \dots = 2^{64} - 1 - 2^{64} = -1.$$

*Відповідь:*  $-1$ . ▲

**ПРИКЛАД 5** Доведіть, що при будь-якому натуральному  $n$  значення виразу  $n(n+1)(n+2)(n+3) + 1$  є квадратом натурального числа.

*Розв'язання.* Маємо:  $n(n+1)(n+2)(n+3) + 1 =$   
 $= (n(n+3))((n+1)(n+2)) + 1 = (n^2 + 3n)(n^2 + 3n + 2) + 1 =$   
 $= (n^2 + 3n)^2 + 2(n^2 + 3n) + 1 = (n^2 + 3n + 1)^2$ . ▲

**ПРИКЛАД 6** Розкладіть на множники многочлен  $x^2 + 2x - 9y^2 + 12y - 3$ .

*Розв'язання.* Маємо:

$$x^2 + 2x - 9y^2 + 12y - 3 = x^2 + 2x + 1 - 9y^2 + 12y - 4 = \\ = (x+1)^2 - (9y^2 - 12y + 4) = (x+1)^2 - (3y-2)^2 = \\ = (x+1-3y+2)(x+1+3y-2) = (x-3y+3)(x+3y-1)$$
. ▲

**ПРИКЛАД 7** Розкладіть на множники двочлен  $n^4 + 4$ .

*Розв'язання.* Маємо:  $n^4 + 4 = n^4 + 4n^2 + 4 - 4n^2 =$   
 $= (n^2 + 2)^2 - 4n^2 = (n^2 + 2 - 2n)(n^2 + 2 + 2n) =$   
 $= (n^2 - 2n + 2)(n^2 + 2n + 2)$ . ▲

 **Задача.** Доведіть тотожності:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Ці формули називають відповідно кубом суми й кубом різниці двох виразів.

*Розв'язання*

Маємо:  $(a+b)^3 = (a+b)(a+b)^2 = (a+b)(a^2 + 2ab + b^2) =$   
 $= a^3 + 2a^2b + ab^2 + ba^2 + 2ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ .

Формулу куба різниці доведіть самостійно. ▲

**ПРИКЛАД 8** Розкладіть на множники многочлен  $2x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ .

*Розв'язання.* Маємо:

$$2x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = x^3 + x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = \\ = x^3 + (x+1)^3 = (x+x+1)(x^2 - x(x+1) + (x+1)^2) = \\ = (2x+1)(x^2 - x^2 - x + x^2 + 2x + 1) = \\ = (2x+1)(x^2 + x + 1)$$
. ▲

**ПРИКЛАД 9** Розкладіть на множники тричлен  $a^5 + a + 1$ .**Розв'язання****I спосіб**

$$\begin{aligned} \text{Маємо: } a^5 + a + 1 &= a^5 + a^4 - a^4 + a^3 - a^3 + a^2 - a^2 + a + 1 = \\ &= a^5 + a^4 + a^3 - a^4 - a^3 - a^2 + a^2 + a + 1 = \\ &= a^3(a^2 + a + 1) - a^2(a^2 + a + 1) + a^2 + a + 1 = \\ &= (a^2 + a + 1)(a^3 - a^2 + 1). \end{aligned}$$

**II спосіб****Маємо:**

$$\begin{aligned} a^5 + a + 1 &= a^5 - a^2 + a^2 + a + 1 = a^2(a^3 - 1) + (a^2 + a + 1) = \\ &= a^2(a - 1)(a^2 + a + 1) + (a^2 + a + 1) = (a^2 + a + 1)(a^3 - a^2 + 1). \end{aligned}$$

**ВПРАВИ****1.1.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $\frac{x}{7} + \frac{3x-1}{14} = \frac{x}{3};$

2)  $\frac{2x-1}{8} - \frac{x+2}{4} = x.$

**1.2.** Знайдіть корінь рівняння:

1)  $\frac{2x+3}{5} + \frac{3x-1}{2} = 2x;$

2)  $\frac{8x-5}{3} - \frac{4x+3}{4} + \frac{2-9x}{2} = -3.$

**1.3.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $(7x - 1)(x + 5) = (3 + 7x)(x + 3);$

2)  $(6x - 1)^2 - (3 - 8x)(3 + 8x) = (10x + 1)^2;$

3)  $(x - 1)(x^2 + x + 1) + x^2 = x^2(x + 1) - 2x.$

**1.4.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $(5x + 1)(2x - 3) = (10x - 9)(x + 2);$

2)  $(4x + 1)^2 - (1 - 3x)(1 + 3x) = (5x + 2)^2;$

3)  $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) + 3x^2 = x^2(x + 3) - 2x.$

**1.5.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $(0,6x - 3)(2x + 1) = 0;$

5)  $x(x + 2)(5x - 1) = 0;$

2)  $x^2 - 16 = 0;$

6)  $(3x - 1)^2 - 25x^2 = 0;$

3)  $3x^2 + 15x = 0;$

7)  $(2x + 1)^2 = (x + 2)^2;$

4)  $16x^2 - 8x + 1 = 0;$

8)  $(x - 1)^2 + (x - 2)^2 =$

$= 2(1 - x)(x - 2).$

**1.6.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $(0,8x - 2)(3x + 1) = 0;$

5)  $x(x + 4)(4x - 3) = 0;$

2)  $x^2 - 25 = 0;$

6)  $(2x + 3)^2 - 64x^2 = 0;$

3)  $18x^3 - 9x^2 = 0;$

7)  $(3x - 2)^2 = (x - 3)^2;$

4)  $1 - 6x + 9x^2 = 0;$

8)  $(x + 3)^2 + (4 - x)^2 =$

$= 2(x - 4)(x + 3).$

**1.7.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $|x| = 3;$

2)  $|x - 1| = 5;$

3)  $|x + 2| + 6 = 5;$

4)  $3|x| - 4 = 0.$

**1.8.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $|3x - 1| = 2;$

2)  $4|x| + 3 = 0.$

**1.9.** Спростіть вираз:

1)  $(-a^3b^2)^3 \cdot 7a^5b^4;$

3)  $-2\frac{2}{5}c^6d^{11} \cdot \left(-\frac{1}{2}cd^2\right)^2;$

2)  $(3m^6n^3)^4 \cdot \left(-\frac{1}{81}m^8n^2\right);$

4)  $-(-3m^4n^2)^5 \cdot \left(-\frac{1}{3}mn^3\right)^6.$

**1.10.** Спростіть вираз:

1)  $1\frac{11}{25}a^7b^2 \cdot \left(-\frac{5}{6}a^2b^7\right)^2;$

3)  $\left(-\frac{1}{2}ab^3\right)^3 \cdot (-4a^5b)^2;$

2)  $(-0,2x^2y^5z^3)^2 \cdot 10y^4z;$

4)  $\left(-\frac{4}{3}xy^2\right)^2 \left(-\frac{3}{2}x^2y\right)^5.$

 **1.11.** Доведіть тотожність

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac.$$

**1.12.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $ax = 1;$

2)  $bx = b.$

**1.13.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $bx = 2;$

2)  $(a - 1)x = a - 1.$

**1.14.** При яких натуральних значеннях  $a$  корінь рівняння є натуральним числом:

1)  $(a + 2)x = 5;$

2)  $(a + 3)x = 6?$

**1.15.** При яких цілих значеннях  $a$  коренем рівняння  $(a + 1)x = 7$  є ціле число?

**1.16.** При яких значеннях  $b$  число 3 є коренем рівняння

$$(b + 2)(x - 1) = 2(x + b - 1)?$$

**1.17.** Замініть зірочки такими одночленами, щоб виконувалася рівність:

1)  $(*)^2 \cdot (*)^3 = 72m^7n^{11};$

2)  $(*)^3 \cdot (*)^4 = -81x^{10}y^{17}z^{13};$

3)  $(*)^2 \cdot (*)^5 = -288a^9b^{11}c^{12}.$

**1.18.** Відомо, що  $4x^2y = 3$ . Знайдіть значення виразу:

1)  $6x^2y;$

2)  $4x^4y^2;$

3)  $-3x^6y^3.$

**1.19.** Відомо, що  $2a^3b^2 = -3$ . Знайдіть значення виразу:

1)  $-3a^3b^2;$

2)  $-2a^6b^4;$

3)  $-8a^9b^6.$