

Числові нерівності та їх властивості

1. ЧИСЛОВІ НЕРІВНОСТИ

Із курсу математики 5-го класу ви знаєте, що таке **числова нерівність**, **подвійна нерівність**, **знаки нерівності**. Пригадайте відповідні означення та порівняйте їх з наведеними в підручнику.

Запис, у якому два числа, або два числові вирази, або числовий вираз і число сполучено знаком нерівності, називається числовою нерівністю.

Наприклад:

$$\frac{2}{9} < 1, 2 \cdot 5 + 1 < 3 \cdot 6, 2 + 3 : 7 > 2 \frac{1}{7}.$$

Нерівності записують за допомогою знаків $<$, $>$, \leq , \geq . Серед них розрізняють знаки *строгої нерівності* та знаки *нестрогої нерівності* (таблиця 1).

Таблиця 1

Нерівність	Знак	Як прочитати
строга	$<$	менше
	$>$	більше
нестрога	\leq	менше або дорівнює
	\geq	більше або дорівнює

Число a є більшим (меншим) за число b , якщо різниця $a - b$ є додатним (від'ємним) числом.

Справджується й обернене твердження.



Зверніть увагу:

- якщо $a - b > 0$, то $a > b$;
- якщо $a - b < 0$, то $a < b$;
- якщо $a - b = 0$, то $a = b$.



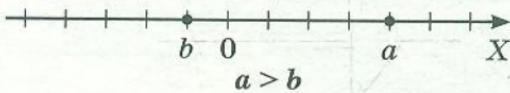
Задача 1. Порівняйте числа: $\frac{5}{12}$ і $\frac{4}{11}$.

Розв'язання. Щоб порівняти дані числа, знайдемо їх різницю й визначимо її знак:

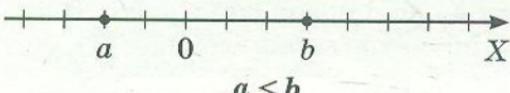
$$\frac{5}{12} - \frac{4}{11} = \frac{5 \cdot 11 - 4 \cdot 12}{12 \cdot 11} = \frac{55 - 48}{132} = \frac{7}{132} > 0.$$

Отже, $\frac{5}{12} > \frac{4}{11}$.

На координатній прямій більше з двох чисел зображену правіше (мал. 1), а менше з двох чисел — лівіше (мал. 2).



Мал. 1



Мал. 2

Числова нерівність може бути *правильною* або *неправильною*.

Наприклад, $\frac{5}{11} \geq 1$ і $2 \cdot \frac{3}{7} + 1 < \frac{5}{7}$ — неправильні числові нерівності, а $\frac{5}{13} > 0$ і $-\frac{2}{5} + 1 \leq 1,3$ — правильні числові нерівності.



Задача 2. Доведіть, що нерівність $(a+2)a < (a+1)^2$ є правильною за будь-якого значення числа a .

Розв'язання. Визначимо знак різниці лівої та правої частин даної нерівності:

$$(a+2)a - (a+1)^2 = a^2 + 2a - a^2 - 2a - 1 = -1 < 0.$$

Оскільки різниця лівої та правої частин нерівності від'ємна, то, яким би не було число a , ліва частина нерівності завжди набуватиме меншого значення, ніж права, що й треба було довести.

Нерівності використовують як в алгебрі, так і в геометрії. Наприклад, із курсу геометрії 7-го класу ви знаєте, що існування трикутника з відомими довжинами сторін можна встановити, не будуючи його. Для цього достатньо застосувати нерівність трикутника.