розуміння, що все це робиться для дітей свого регіону, для потенційних студентів місцевих університетів, для відбудови, урешті-решт, нашої країни. Хіба це не патріотична справа?

Четверта група — це ті області, де людина, до якої звертаєшся з питанням про допомогу, відповідає, що їй це все байдуже, що вона надто змучена негараздами власного життя.

За будь-яких умов бажаємо всім — учителям, студентам, викладачам вишів та ін. — успіхів і наснаги у відновленні математичної, і не тільки математичної, освіти повсюди в Україні. Дорогу здолає той, хто йде!

Слава Україні!
Смерть ворогам!
Все буде Україна!

Частина 1. Умови задач

Розділ 1

II (районний) ЕТАП ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ОЛІМПІАДИ

Київська районна олімпіада

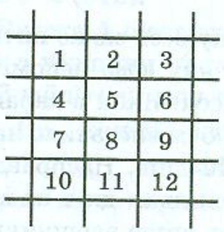
Цього року на вимогу департаменту освіти районна олімпіада в місті Києві була проведена у форматі, який навряд чи можна вважати гідним для математичних заходів. Олімпіада проходила онлайн, діти в кожному із 6–11 класів мали розв'язати 5 задач за 1 годину, перевірялися лише відповіді, які їм слід було завантажити на відповідному сайті.

У заході взяли участь близько 5000 школярів, які навчаються в київських школах. При цьому на час проведення олімпіади вони могли проживати або в самому Києві, або тимчасово виїхати за межі столиці.

6 клас

1 (001). Розв'яжіть рівняння
$$(10\,000 - 3333x) \cdot 10\,000 - 9999 = 1.$$

2 (002). Якщо нарисувати 5 горизонтальних і 4 вертикальні прямі, то можна отримати таблицю з 12 клітинок, а якщо нарисувати 6 горизонтальних і 3 вертикальні прямі, — то таблицю з 10 клітинок (рис. 1.1). Яка максимальна кількість клітинок може утворитися в таблиці, якщо схожим чином нарисувати 15 прямих ліній?



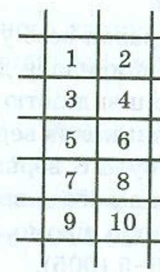


Рис. 1.1

3 (003). Квадратний шматок паперу площею 100 кв. дм розрізали на квадратики площею 25 кв. см. Кожен з утворених квадратиків розрізали на два трикутники. Скільки всього отримали трикутників?

4 (004). Даринка щоранку бере в школу та з'їдає на перервах або 6 слив, або 2 яблука та 1 банан. У п'ятницю, коли вона з'їла на перерві частину принесених фруктів (але не всі), виявилося, що з початку тижня на цей момент нею з'їдено на перервах уже 21 фрукт. Скільки фруктів залишилося в Даринки наостанок?

5 (005). Олександр виклав із цифр на столі п'ятицифрове число N, а потім ще чотири числа: суму перших двох цифр числа N, суму перших трьох, перших чотирьох, нарешті — суму всіх п'яти цифр числа N. У результаті на столі опинилися такі цифри: одна цифра 1, шість цифр 2, одна цифра 4, три цифри 6 і дві цифри 8. Знайдіть число N.

7 клас

1 (006). Знайдіть усі такі двоцифрові числа N, у яких сума цифр у п'ять разів менша від самого числа. Якщо таких чисел декілька, то у відповідь запишіть їхню суму.

2 (007). Розв'яжіть рівняння

$$2x-4=\left(\frac{17}{2}+\frac{(6{,}3+4{,}1):14{,}3}{19{,}31}\right)(3x-6).$$

Якщо коренів декілька, то у відповідь запишіть їхню суму.

3 (008). У класі навчається більше за 20, але менше від 30 дітей. При цьому тих, хто займається в шаховому гуртку, у 2 рази менше, ніж тих, хто не займається. А тих, хто займається в баскетбольній секції, у 3 рази менше, ніж тих, хто не займається. Скільки всього дітей навчається в класі?

4 (009). Караван везе у великому міху весь запас питної води. У міху виявилася дірочка, крізь яку вода непомітно з постійною швидкістю сочиться в пісок. Якби в каравані було 10 вершників на верблюдах, води б їм вистачило на 10 днів, а якби було 8 вершників — на 12 днів. Насправді держали путь всього 4 вершники. На скільки днів їм вистачить води, якщо відомо, що воду п'ють лише вершники?

5. Задача 6–5 (005).

8 клас

1. Задача 7–2 (007).

2 (010). На яку найбільшу кількість нулів може закінчуватися добуток трьох натуральних чисел, сума яких дорівнює 407?

3 (011). У трикутнику ABC медіана BM удвічі менша від сторони BC. Відомо, що $\angle ABM = 20°$. Знайдіть градусну міру кута ABC.

4 (012). У трамваї, окрім водія, їхали 60 чоловік. Поміж них були контролери, кондуктори, люди, що видавали себе за контролерів, люди, що видавали себе за кондукторів, та, можливо, звичайні пасажири. Загальна кількість несправжніх контролерів та несправжніх кондукторів у 4 рази менша від загальної кількості справжніх кондукторів та контролерів. Загальна кількість контролерів (разом із несправжніми контролерами) у 7 разів більша за загальну кількість кондукторів (разом із несправжніми кондукторами). Скільки в трамваї було звичайних пасажирів?

5 (013). Задано 150 таких чисел, що серед усіх їхніх попарних добутків рівно 2023 — від'ємні. Скільки нулів серед даних чисел?

9 клас

1 (014). Від простого двоцифрового числа відняли число, записане тими самими цифрами, але у зворотному порядку, яке теж виявилося простим. У результаті отримали квадрат натурального числа. Яким було початкове число?

2 (015). Парна функція $y = f(x)$ визначена на всій числовій прямій. Для функції $g(x)=2{,}1+\dfrac{f(x-9{,}5)}{x-9{,}5}$ обчисліть суму $g(9)+g(10)$.

3. Задача 8–4 (012).

4 (016). Висота й бісектриса прямокутного трикутника, проведені з вершини прямого кута, дорівнюють відповідно 3 та 4. Знайдіть площу трикутника.

5 (017). На дошці написано 2022 ненульових числа $a_1, a_2, \ldots, a_{2022}$ та добутки всіх пар сусідніх чисел $a_1 \cdot a_2, a_2 \cdot a_3, a_3 \cdot a_4, \ldots, a_{2021} \cdot a_{2022}$. Яка найбільша кількість від'ємних чисел може бути серед цих 4043 написаних чисел?

10 клас

1 (018). Знайдіть найменше натуральне число, яке ділиться на 25 та сума цифр якого також ділиться на 25.

2 (019). Юра, Оля та Даринка стартували одночасно на дистанцію 1 км. Коли Юра фінішував, Оля відставала від нього на 100 м, а Даринка відставала від Олі на 90 м. Оля закінчила забіг на 18 с пізніше, ніж Юра. На скільки секунд пізніше, ніж Оля, прибігла до фінішу Даринка, якщо весь час всі діти бігли з постійними швидкостями?

3 (020). У трикутнику ABC проведено бісектриси AD і BE. Виявилося, що DE — бісектриса трикутника ADC. Знайдіть градусну міру кута BAC.

4. Задача 9–5 (017).

5 (021). Задано квадрат 4×4 та чотири різних кольори. Скількома способами можна пофарбувати клітинки квадрата в один із кольорів так, щоб у кожному стовпці та в кожному рядку були клітинки всіх чотирьох кольорів?

11 клас

1. Задача 10–2 (019).
2. Задача 10–3 (020).

3 (022). Знайдіть найменше значення суми $x^2 + y^2$, якщо $x^2 - y^2 + 6x + 4y + 5 = 0$.

4 (023). Послідовність чисел 3, 7, 14, 24 ... така, що різниці сусідніх членів утворюють арифметичну прогресію. Знайдіть сотий член даної послідовності.

5 (024). Нехай функція $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ для всіх дійсних x задовольняє рівність

$$f(x^2 + x + 3) + 2f(x^2 - 3x + 5) = 6x^2 - 10x + 17.$$

Знайдіть значення виразу $f(5) \cdot f^2(10)$.

III (обласний) ЕТАП ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ОЛІМПІАДИ

Другий рік триває повномасштабна агресія рашистської країни проти незалежної України. Збройні сили України, територіальна оборона, волонтери борються за свободу нашої країни, а освітяни намагаються зробити все, щоб діти й у цей час отримували добру сучасну освіту. Важливим елементом зростання талановитих юних математиків є математичні олімпіади. Але війна в України наклала свої особливості для проведення цьогорічної Київської міської олімпіади з математики (III етап Всеукраїнської олімпіади). Керівники освіти наказали провести олімпіаду в Києві в змішаному форматі, тобто діти могли вибирати — писати її в онлайн- чи офлайн-режимі. Переважна більшість, приблизно 80 % учасників, вибрали онлайн-формат, зокрема кияни, що на час проведення олімпіади проживали за кордоном. Щоб урівняти учасників, тобто щоб один і той самий текст не писали одночасно учасники в онлайн- та офлайн-режимах, їм були запропоновані різні тексти. Підсумки так само підбивали окремо.

Зауважимо, що разом з офлайн-учасниками київської олімпіади III етап Всеукраїнської олімпіади з математики писали майже в усіх областях України. На жаль, унаслідок складних умов щодо гарантування безпеки, відключення світла тощо в деяких регіонах країни олімпіада не відбулася.

LXXVIII Київська міська олімпіада юних математиків

В очній частині Київської міської олімпіади взяли участь 140 учнів шкіл міста Києва та Українського фізико-математичного ліцею при Київському національному університеті імені Тараса Шевченка. Зокрема, у змаганнях за 7-й клас узяли участь 32 учні, за 8-й клас — 24 учні, за 9-й клас — 30 учнів, за 10-й клас — 29 учнів, за 11-й клас — 25 учнів. Традиційно Київська міська олімпіада була відкритою для всіх школярів міста Києва, участь у ній брали всі охочі, хто своєчасно зареєструвався.

На виконання роботи 7-му класу було відведено 3 години, усім іншим класам — 4 години.